第１問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] (1) $0° < \theta < 90°$ とする。

$$\tan\theta + \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\sin\boxed{\text{イ}}\theta}, \quad \tan\theta - \frac{1}{\tan\theta} = \frac{\boxed{\text{ウエ}}\cos\boxed{\text{オ}}\theta}{\sin\boxed{\text{カ}}\theta}$$

であり，これらを用いて $\tan 15°$ を求めると

$$\tan 15° = \boxed{\text{キ}} - \sqrt{\boxed{\text{ク}}}$$

である。

(2) θ が $15° \leqq \theta \leqq 60°$ の範囲を動くとき，$\tan\theta + \dfrac{1}{\tan\theta}$ は，$\theta = \boxed{\text{ケコ}}°$ のとき最小値 $\boxed{\text{サ}}$，$\theta = \boxed{\text{シス}}°$ のとき最大値 $\boxed{\text{セ}}$ をとる。

[2] 方程式 $\dfrac{4}{(\sqrt{2})^x} + \dfrac{5}{2^x} = 1$ の解 x を求めよう。

$X = \dfrac{1}{(\sqrt{2})^x}$ ……①とおくと，X の方程式 $\boxed{\text{ソ}}X^2 + \boxed{\text{タ}}X - 1 = 0$ が得られる。

一方，①より $X > \boxed{\text{チ}}$ である。したがって $X = \dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ を得る。これから，求める x は，$x = \boxed{\text{ト}}\log_2\boxed{\text{ナ}}$ となる。

第 2 問（必答問題）

解答解説のページへ

[1] 座標平面において放物線 $y = x^2$ を C とする。第 1 象限の点 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$ における C の接線 l と y 軸との交点 Q の座標は，$\left(0,\ \boxed{\text{ア}}\, a^{\boxed{\text{イ}}}\right)$ である。l と y 軸のなす角が 30° となるのは，$a = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$ のときである。このとき線分 PQ の長さは $\sqrt{\boxed{\text{オ}}}$ であり，Q を中心とし線分 PQ を半径とする円と放物線 C とで囲まれてできる 2 つの図形のうち小さい方の面積は，$\dfrac{\pi}{\boxed{\text{カ}}} - \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ である。

[2] 関数 $y = 3\sin\theta - 2\sin^3\theta\ (0° \leqq \theta \leqq 210°)$ の最大値と最小値を求めたい。そのため $\sin\theta = x$ とおくと，y は $y = 3x - 2x^3$ と表される。x の動く範囲は，

$$\frac{\boxed{\text{ケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} \leqq x \leqq \boxed{\text{シ}}$$

であるから，y は $x = \dfrac{1}{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}$ のとき最大値 $\sqrt{\boxed{\text{セ}}}$ をとり，$x = \dfrac{\boxed{\text{ソタ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ のとき最小値 $\dfrac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ をとる。

θ の関数としては，y は $\theta = \boxed{\text{ナニ}}°$ および $\theta = \boxed{\text{ヌネノ}}°$ のとき最大，$\theta = \boxed{\text{ハヒフ}}°$ のとき最小である。

第 3 問（選択問題）

解答解説のページへ

四面体の 4 つの頂点を, O, L, M, N とする。線分 OL を $2:1$ に内分する点を P とし, 線分 MN の中点を Q とする。a と b を 1 より小さい正の実数とする。線分 ON を $a:(1-a)$ に内分する点を R とし, 線分 LM を $b:(1-b)$ に内分する点を S とする。$\vec{l}=\overrightarrow{\mathrm{OL}}$, $\vec{m}=\overrightarrow{\mathrm{OM}}$, $\vec{n}=\overrightarrow{\mathrm{ON}}$ とおく。

(1)　$\overrightarrow{\mathrm{RS}}=\left(\boxed{\text{ア}}-\boxed{\text{イ}}\right)\vec{l}+\boxed{\text{ウ}}\,\vec{m}-\boxed{\text{エ}}\,\vec{n}$

$$\overrightarrow{\mathrm{RP}}=\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\vec{l}-\boxed{\text{キ}}\,\overline{n}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{RQ}}=\frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\vec{m}+\left(\frac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}-\boxed{\text{シ}}\right)\vec{n}$$

が成立する。

(2)　以下 $\vec{l}=(1,\ 0,\ 0)$, $\vec{m}=(0,\ 1,\ 0)$, $\vec{n}=(0,\ 0,\ 1)$ の場合を考える。

点 S が 3 点 P, Q, R の定める平面上にあるとする。このとき, $\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ は実数 x と y を用いて, $\overrightarrow{\mathrm{RS}}=x\overrightarrow{\mathrm{RP}}+y\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ と表せる。これより

$$x=\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}(1-b),\quad y=\boxed{\text{ソ}}\,b$$

となり, a と b は, $\boxed{\text{タチ}}+\boxed{\text{ツ}}-\boxed{\text{テト}}=0$ を満たすことがわかる。さらに $\overrightarrow{\mathrm{RP}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ が垂直になるのは $a=\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$, $b=\dfrac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ のときであり, このとき $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ の内積は, $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RS}}=\dfrac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ となる。

第 4 問（選択問題）

解答解説のページへ

(1)　方程式 $z^3 = 2+2i$ ……①を解こう。

複素数 $2+2i$ を極形式で表すと

$$2+2i = \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\left(\cos\boxed{\text{ウエ}}^\circ + i\sin\boxed{\text{ウエ}}^\circ\right)$$

となる。

$z = r(\cos\theta + i\sin\theta)$ とおき，①を満たす r，θ $(r > 0,\ 0^\circ \leqq \theta < 360^\circ)$ を求めると，

$$r = \sqrt{\boxed{\text{オ}}},\quad \theta = \boxed{\text{カキ}}^\circ,\quad \boxed{\text{クケコ}}^\circ,\quad 255^\circ$$

となる。

したがって，複素数平面上の第 2 象限にある①の解は，$-\boxed{\text{サ}}+i$ である。

(2)　次に方程式 $z^6 - 4z^3 + 8 = 0$ ……②の解について考えよう。

②は $(z^3-2)^2 = -\boxed{\text{シ}}$，すなわち $z^3 = 2 \pm \boxed{\text{ス}}\,i$ となるから，(1)と同様に考えると，第 2 象限にある②の解は(1)で求めた $-\boxed{\text{サ}}+i$ と

$$\frac{\boxed{\text{セ}} - \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}} + \frac{\boxed{\text{チ}} + \sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}\,i$$

の 2 個であり，他の解は第 1 象限に 1 個，第 3 象限に $\boxed{\text{ト}}$ 個，第 4 象限に $\boxed{\text{ナ}}$ 個存在する。

注　この問題において複素数平面の象限とは，実軸を x 軸，虚軸を y 軸とした座標平面における象限のことをいう。

第5問（選択問題）

解答解説のページへ

1枚の硬貨を3回投げ，表が出た回数を X とする。次にさいころを X 回振る。（たとえば $X=2$ ならば，さいころを 2 回振ることになる。）そうして，1 または 2 の目が出た回数を Y とする。ただし，$X=0$ の場合は，$Y=0$ ときめる。

(1) $X=2$ のとき, Y の取り得る値は, $\boxed{\text{ア}}$ 通りである。

(2) $X=2$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

$X=2$ という条件のもとで，$Y=1$ となる条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

したがって，$X=2$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}}$ である。

同様にして，$X=1$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{1}{8}$ であり，$X=3$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{1}{18}$ である。

したがって，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{クケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(3) (2)と同様に計算すると，$Y=2$ となる確率は $\dfrac{5}{72}$ であり，$Y=3$ となる確率は $\dfrac{1}{216}$ である。

したがって，$Y=0$ となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シスセ}}}{\boxed{\text{ソタチ}}}$ である。

(4) Y の平均(期待値)は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(5) $Y=0$ という条件のもとで，$X=2$ となる条件つき確率は $\dfrac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニヌネ}}}$ である。

第 6 問（選択問題）

解答解説のページへ

正の整数 a_1，a_2，c が与えられたときに，$s_1 = a_1$ とし

$$s_i = s_{i-1} + a_i \qquad (i = 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots\cdots ①$$

$$a_{i+2} = a_{i+1} + \left(\frac{s_i}{c} \text{の整数部分} \right) \qquad (i = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots) \qquad \cdots\cdots\cdots ②$$

によって得られる数の列 a_3，a_4，…，a_n を表示させるために，次のようなプログラムを作ってみた。

以下のプログラムにおいて INT(X)は X を越えない最大の整数を与える関数である。

```
100  INPUT  "a1,a2,c=";A,B,C
110  INPUT  "n=";N
120  S=A
130  FOR  J=3  TO  N
140     A=B＋INT(S/C)
150     PRINT  "a(";J;")=";A
160     B=A
170     S=S+A
180  NEXT  J
190  END
```

このプログラムが意図どおりに動作するかどうか確かめてみる。

(1)　このプログラムを実行し，a1, a2, c=?に対して 1, 1, 1 を入力し，n=?に対して 6 を入力すると

a(3)= $\boxed{\text{ア}}$

a(4)= $\boxed{\text{イ}}$

a(5)= $\boxed{\text{ウエ}}$

a(6)=34

が表示される。また a(6) が表示される直前の S の値は $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(2)　次に，定義の式①，②に従って計算してみる。

$a_1 = 1$，$a_2 = 1$，$c = 1$ とすると

$a_3 = \boxed{\text{キ}}$，$a_4 = \boxed{\text{ク}}$，$a_5 = \boxed{\text{ケ}}$，$a_6 = \boxed{\text{コサ}}$，…

となる。

(3)　(1), (2)よりプログラムのどこかに誤りがあることがわかった。このプログラムの

160 行, 170 行を修正して, はじめに意図したように動かしたい。

```
130  FOR  J=3  TO  N
140     A=B＋INT(S/C)
150     PRINT  "a(";J;")=";A
160     [ シ ]
170     [ ス ]
180  NEXT  J
```

の $\boxed{\text{シ}}$, $\boxed{\text{ス}}$ にあてはまるものを, 次の⓪～⑧のうちから 1 つずつ選べ。

⓪ A=B　　① B=A　　② A=A+1　　③ B=B+1

④ S=S+A　　⑤ S=S+B　　⑥ S=A　　⑦ S=A+B

⑧ S=S+1　　⑧ S=B+1

(4)　(3)のように修正したプログラムを実行し, a1, a2, c=?に対して 1, 1, 2 を, n=?に対して 6 を入力するとき, a(6) が表示される直前の B の値は $\boxed{\text{セ}}$ である。

第１問（必答問題）

問題のページへ

[1]　(1)　$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{1}{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{2}{\sin2\theta}$ ………①

また，$\tan\theta-\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}-\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}=\dfrac{\sin^2\theta-\cos^2\theta}{\sin\theta\cos\theta}=\dfrac{-2\cos2\theta}{\sin2\theta}$ ………②

$\theta=15°$ として，①＋②より，

$$2\tan15°=\frac{2}{\sin30°}+\frac{-2\cos30°}{\sin30°}=4-2\sqrt{3}$$

よって，$\tan15°=2-\sqrt{3}$

(2)　①より，$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}=\dfrac{2}{\sin2\theta}$ となる。

$15°\leqq\theta\leqq60°$ より，$30°\leqq2\theta\leqq120°$ なので，$\dfrac{1}{2}\leqq\sin2\theta\leqq1$

よって，$\sin2\theta=1$ ($\theta=45°$) のとき，$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ は最小値 2 をとる。また，$\sin2\theta=\dfrac{1}{2}$ ($\theta=15°$) のとき，$\tan\theta+\dfrac{1}{\tan\theta}$ は最大値 4 をとる。

[2]　$X=\dfrac{1}{(\sqrt{2})^x}=2^{-\frac{x}{2}}$ ……①とおくと，方程式$\dfrac{4}{(\sqrt{2})^x}+\dfrac{5}{2^x}=1$は,

$$4X+5X^2=1,\ 5X^2+4X-1=0\ \cdots\cdots\cdots②$$

①から $X>0$ なので，②の解は $X=\dfrac{1}{5}$

これから，$2^{-\frac{x}{2}}=\dfrac{1}{5}$，$-\dfrac{x}{2}=\log_2\dfrac{1}{5}=-\log_2 5$，$x=2\log_2 5$

［解 説］

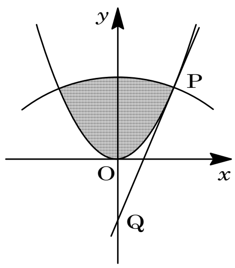
小問 2 題という構成は例年通りですが，内容はかなり易しくなっています。そのため，本問の 2 題の解が，B5 版 1 枚の中に余裕をもって入りました。

第 2 問（必答問題）

問題のページへ

[1]　$y = x^2$ より $y' = 2x$ なので，点 $\mathrm{P}(a,\ a^2)$ における接線 l は，

$$y - a^2 = 2a(x - a),\quad y = 2ax - a^2$$



l と y 軸との交点 Q の座標は，$\mathrm{Q}(0,\ -a^2)$ となる。

ここで，l と y 軸のなす角が $30°$ となるとき，

$$2a = \tan(90° - 30°),\quad a = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

このとき，$\mathrm{P}\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ \dfrac{3}{4}\right)$，$\mathrm{Q}\left(0,\ -\dfrac{3}{4}\right)$ より，

$$\mathrm{PQ}^2 = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{4} + \frac{3}{4}\right)^2 = 3,\quad \mathrm{PQ} = \sqrt{3}$$

また，$l : y = \sqrt{3}x - \dfrac{3}{4}$ となるので，求める網点部の面積を S とすると，

$$\frac{S}{2} = \pi(\sqrt{3})^2 \times \frac{30}{360} - \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left\{ x^2 - \left(\sqrt{3}x - \frac{3}{4}\right) \right\} dx = \frac{\pi}{4} - \int_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 dx$$

$$= \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}\left[\left(x - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^3\right]_0^{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{\pi}{4} - \frac{\sqrt{3}}{8}$$

よって，$S = \dfrac{\pi}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{4}$

[2]　$y = 3\sin\theta - 2\sin^3\theta$ に対して，$\sin\theta = x$ とおくと，$y = 3x - 2x^3$

$0° \leqq \theta \leqq 210°$ より，$-\dfrac{1}{2} \leqq x \leqq 1$ となり，

$$y' = 3 - 6x^2 = -3(\sqrt{2}x + 1)(\sqrt{2}x - 1)$$

x	$-\dfrac{1}{2}$	$\cdots$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\cdots$	1
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\dfrac{5}{4}$	↗	$\sqrt{2}$	↘	1

右表より，$x = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$ のとき最大値 $\sqrt{2}$ をとり，$x = -\dfrac{1}{2}$ のとき最小値 $-\dfrac{5}{4}$ をとる。

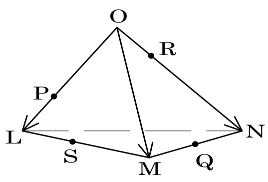
なお，最大値をとるのは $\sin\theta = \dfrac{1}{\sqrt{2}}$，すなわち $\theta = 45°,\ 135°$ のときであり，最小値をとるのは $\sin\theta = -\dfrac{1}{2}$，すなわち $\theta = 210°$ のときである。

［解 説］

第 2 問の微積分が，2 題構成となりました。しかし，内容は基本的で，計算量も少なく，平均点のアップに大きく寄与しています。

第 3 問（選択問題）

問題のページへ



(1) $\overrightarrow{\mathrm{RS}}=\overrightarrow{\mathrm{OS}}-\overrightarrow{\mathrm{OR}}=(1-b)\vec{l}+b\vec{m}-a\vec{n}$

$$\overrightarrow{\mathrm{RP}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}-\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\frac{2}{3}\vec{l}-a\vec{n}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{RQ}}=\overrightarrow{\mathrm{OQ}}-\overrightarrow{\mathrm{OR}}=\frac{1}{2}\vec{m}+\left(\frac{1}{2}-a\right)\vec{n}$$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{RS}}=x\overrightarrow{\mathrm{RP}}+y\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ より，

$$(1-b)\vec{l}+b\vec{m}-a\vec{n}=x\left(\frac{2}{3}\vec{l}-a\vec{n}\right)+y\left\{\frac{1}{2}\vec{m}+\left(\frac{1}{2}-a\right)\vec{n}\right\}$$

$\vec{l}$，$\vec{m}$，$\vec{n}$ は 1 次独立より，

$$1-b=\frac{2}{3}x\cdots\cdots①,\ b=\frac{1}{2}y\cdots\cdots②,\ -a=-ax+\left(\frac{1}{2}-a\right)y\cdots\cdots③$$

①②より，$x=\dfrac{3}{2}(1-b)$，$y=2b$

③に代入して，$-a=-a\cdot\dfrac{3}{2}(1-b)+\left(\dfrac{1}{2}-a\right)\cdot 2b$，$ab+a-2b=0\cdots\cdots\cdots④$

さらに，$\overrightarrow{\mathrm{RP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{RQ}}$ のとき，$\overrightarrow{\mathrm{RP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RQ}}=0$ より，

$$\left(\frac{2}{3}\vec{l}-a\vec{n}\right)\cdot\left\{\frac{1}{2}\vec{m}+\left(\frac{1}{2}-a\right)\vec{n}\right\}=0$$

ここで，$|\vec{l}|=|\vec{m}|=|\vec{n}|=1$，$\vec{l}\cdot\vec{m}=\vec{m}\cdot\vec{n}=\vec{n}\cdot\vec{l}=0$ より，$-a\left(\dfrac{1}{2}-a\right)=0$

$0<a<1$ から $a=\dfrac{1}{2}$ となり，④より $\dfrac{1}{2}b+\dfrac{1}{2}-2b=0$，$b=\dfrac{1}{3}$

このとき，$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}=-\dfrac{2}{3}\vec{l}+\dfrac{1}{2}\vec{m}+\dfrac{1}{2}\vec{n}$，$\overrightarrow{\mathrm{RS}}=\dfrac{2}{3}\vec{l}+\dfrac{1}{3}\vec{m}-\dfrac{1}{2}\vec{n}$ なので，

$$\overrightarrow{\mathrm{PQ}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{RS}}=-\frac{4}{9}+\frac{1}{6}-\frac{1}{4}=-\frac{19}{36}$$

［解 説］

空間ベクトルと図形に関する基本題です。与えられた 3 つのベクトルが，互いに直交する単位ベクトルなので，計算は簡単です。ただ，④式の第 1 項をマークするとき，ちょっとためらいました。

第 4 問（選択問題）

問題のページへ

(1) $z^3=2+2i$ ……①に対して，$2+2i=2\sqrt{2}(\cos 45^\circ+i\sin 45^\circ)$

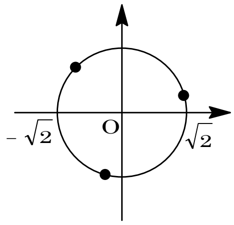
また，$z=r(\cos\theta+i\sin\theta)$ とおくと，$z^3=r^3(\cos 3\theta+i\sin 3\theta)$ より，

$r^3=2\sqrt{2}$，$r=\sqrt{2}$ $(r>0)$

さらに，$0^\circ\leqq\theta<360^\circ$ より，$0^\circ\leqq 3\theta<360^\circ\times 3$ なので，

$3\theta=45^\circ$，$360^\circ+45^\circ$，$360^\circ\times 2+45^\circ$

$\theta=15^\circ$，135°，255°



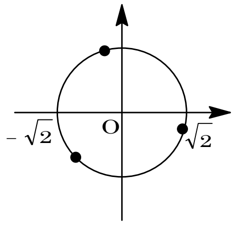
よって，第 2 象限にある①の解は，

$z=\sqrt{2}(\cos 135^\circ+i\sin 135^\circ)=-1+i$

(2) $z^6-4z^3+8=0$ ……②を変形して，$(z^3-2)^2-4+8=0$，$(z^3-2)^2=-4$

$z^3-2=\pm 2i$，$z^3=2\pm 2i$

ここで，$z^3=2-2i$ の解は，$\bar{z}^3=\overline{2-2i}=2+2i$ より，①の解の共役複素数となるので，複素数平面上に図示すると，右図のようになる。



よって，第 2 象限にある②の解は，$z=-1+i$ 以外に，

$z=\sqrt{2}(\cos 105^\circ+i\sin 105^\circ)$

さて，$\cos 105^\circ=\cos(60^\circ+45^\circ)=\cos 60^\circ\cos 45^\circ-\sin 60^\circ\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}$

$\sin 105^\circ=\sin(60^\circ+45^\circ)=\sin 60^\circ\cos 45^\circ+\cos 60^\circ\sin 45^\circ=\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$

よって，$z=\sqrt{2}\left(\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}+\dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}i\right)=\dfrac{1-\sqrt{3}}{2}+\dfrac{1+\sqrt{3}}{2}i$

また，②の他の解は，上の 2 つの図から，第 1 象限に 1 個，第 3 象限に 2 個，第 4 象限に 1 個存在する。

［解 説］

本年度の 6 問中，いちばんおもしろい問題です。(1)が(2)の誘導となっており，複素数平面上に方程式②の解がすぐに表示できます。

第 5 問（選択問題）

問題のページへ

(1) $X=2$ のとき，さいころを 2 回振るので，Y の取り得る値は，$Y=0$，1，2 より 3 通りとなる。

(2) $X=2$ となるのは，硬貨を 3 回投げて表が 2 回出る場合なので，その確率は ${}_3\mathrm{C}_2\left(\dfrac{1}{2}\right)^2\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{8}$ となる。また，$X=2$ という条件のもとで，$Y=1$ となる条件つき確率は，${}_2\mathrm{C}_1\dfrac{2}{6}\cdot\dfrac{4}{6}=\dfrac{4}{9}$ である。

したがって，$X=2$，$Y=1$ となる確率は，$\dfrac{3}{8}\times\dfrac{4}{9}=\dfrac{1}{6}$ である。

同様にして，$X=1$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{1}{8}$，$X=3$，$Y=1$ となる確率は $\dfrac{1}{18}$ より，$Y=1$ となる確率は，$\dfrac{1}{8}+\dfrac{1}{6}+\dfrac{1}{18}=\dfrac{25}{72}$ となる。

(3) Y の取り得る値は，$Y=0$，1，2，3 なので，(2)より $Y=1$ となる確率が $\dfrac{25}{72}$，また $Y=2$ となる確率は $\dfrac{5}{72}$，$Y=3$ となる確率は $\dfrac{1}{216}$ より，$Y=0$ となる確率は，

$$1-\left(\frac{25}{72}+\frac{5}{72}+\frac{1}{216}\right)=\frac{125}{216}$$

(4) Y の平均は, (2), (3)より,

$$0\times\frac{125}{216}+1\times\frac{25}{72}+2\times\frac{5}{72}+3\times\frac{1}{216}=\frac{1}{2}$$

(5) $X=2$，$Y=0$ となる確率は $\dfrac{3}{8}\times\left(\dfrac{4}{6}\right)^2=\dfrac{1}{6}$ なので，$Y=0$ という条件のもとで，$X=2$ となる条件つき確率は，$\dfrac{\frac{1}{6}}{\frac{125}{216}}=\dfrac{36}{125}$ である。

［解 説］

普通は求めるべき確率の値が，問題文中にいろいろ記されています。それを用いて次のステップに進んでいくという，何か後味のよくない問題です。

第 6 問（選択問題）

問題のページへ

(1) $A=1$, $B=1$, $C=1$, $N=6$ のとき，ループの回転を J の値の変化で調べる。

	初期	$J=3$	$J=4$	$J=5$	$J=6$
A	1	2	5	13	34
B	1	2	5	13	34
S	1	3	8	21	55

すると，右表から，a(3)=2, a(4)=5, a(5)=13, a(6)=34 となる。

また, a(6)が表示される直前の S の値は 21 である。

(2) $a_1=a_2=1$，$c=1$のとき，$s_1=a_1=1$より，$a_3=a_2+\left[\dfrac{s_1}{c}\right]=1+1=2$

$$s_2=s_1+a_2=2,\ a_4=a_3+\left[\frac{s_2}{c}\right]=2+2=4$$

$$s_3=s_2+a_3=4,\ a_5=a_4+\left[\frac{s_3}{c}\right]=4+4=8$$

$$s_4=s_3+a_4=8,\ a_6=a_5+\left[\frac{s_4}{c}\right]=8+8=16$$

(3)まず，具体的に$a_3=a_2+\left[\dfrac{s_1}{c}\right]$が 140 行 A=B＋INT(S/C)に対応したときを考える。

すると，$A=a_3$，$B=a_2$，$S=s_1$である。

次のステップ$s_2=s_1+a_2$は S=S+B が対応し，これが 160 行になる。

さらに，$a_4=a_3+\left[\dfrac{s_2}{c}\right]$を 140 行で実行するには，$B=a_3$となる必要があるので, 170 行は B=A である。

(4) $A=1$，$B=1$，$C=2$，$N=6$ のとき，(1)と同様にして，値の変化を調べる。

	初期	$J=3$	$J=4$	$J=5$	$J=6$
A	1	1	2	3	5
B	1	1	2	3	5
S	1	2	3	5	8

すると，a(6)が表示される直前の B の値は 3 となる。

［解 説］

数学ＩＡ のコンピュータ問題と同じく，プログラムのバグ修正が題材となっています。しかし，本問を選択すれば，時間内の完答は至難のわざでしょう。