1

解答解説のページへ

放物線$y = x^2 - 2px$上の点$(t,\ t^2 - 2pt)$における接線をy軸方向にbだけ平行移動した直線を$l(t,\ b)$とする。

(1)　直線$l(t,\ b)$の方程式を求めよ。

(2)　この放物線と直線$l(t,\ b)$とが, x座標が正の2点で交わるためのt, bの範囲を求めよ。

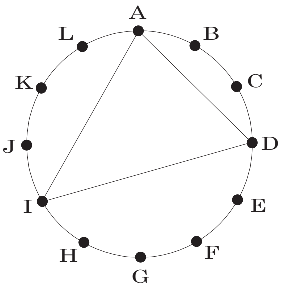
(3)　放物線と直線$l(t,\ b)$とが2点で交わるとき, これらが囲む図形の面積Sを求めよ。

(4)　(3)の図形の面積Sを直線$x = u$で2等分したい。uを求めよ。

2

解答解説のページへ

右図のように円周を 12 等分する点 A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L が与えられている。これらの中から相異なる 3 点を選んで線分で結ぶと三角形が得られる。たとえば, A, D, I を選べば, 図のような三角形が得られる。このとき, 次の問いに答えよ。



(1)　正三角形を与えるような 3 点の選び方の総数を求めよ。

(2)　二等辺三角形を与えるような 3 点の選び方の総数を求めよ。

(3)　直角三角形を与えるような 3 点の選び方の総数を求めよ。

(4)　3 点を選んで得られる三角形のうち, 互いに合同でないものは全部でいくつあるか。

3A

解答解説のページへ

(1)　$x \geqq y \geqq 0$ のとき，不等式 $\dfrac{x}{1+x} \geqq \dfrac{y}{1+y}$ が成り立つことを示せ。

(2)　①不等式 $\dfrac{|x|}{1+|x|}+\dfrac{|y|}{1+|y|}+\dfrac{|z|}{1+|z|} \geqq \dfrac{|x+y+z|}{1+|x+y+z|}$ が成り立つことを示せ。

②①の不等式で等号が成り立つのはどのような場合か調べよ。

3B

解答解説のページへ

(1)　自然数$n=1,\ 2,\ 3,\cdots$について，次の等式が成り立つことを示せ。

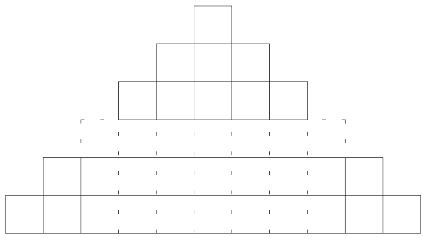
$$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$$

(2)　辺の長さ 1 の正三角形のタイルをいくつか用意して，辺の長さが自然数 m の正三角形をタイルで張りつめたい。

①$m=2,\ 3,\ 4$のとき，どのようにタイル張りをすればよいか図示せよ。

②一般に，辺の長さ m の正三角形をタイルで張りつめるのに必要なタイルの個数を m の式で表し，その式が成り立つ理由を述べよ。

(3)　辺の長さ 1 の正三角形を底面とする高さ 1 の正三角柱のブロックをいくつか用意して，すき間なく並べて高さ 1 の正三角柱の台を作る。このような台を n 段積み上げ，高さ n の台を作る。この台を真横から見たとき下図のように見えたという。ただし，図の小四角形はすべて辺の長さ 1 の正方形である。このとき台全体の体積を求めよ。



3C

解答解説のページへ

次の BASIC によるプログラムを実行するとき，以下の問いに答えよ。

```
10   INPUT  N
20   S=0
30   M=2*INT(N/2)+1
40   FOR  K=1  TO  M  STEP2
50   X=N-K*INT(N/K)
60   IF  X>0  THEN  GOTO  80
70   S=S+K
80   NEXT  K
90   PRINT  S
100  END
```

(1)　入力が 12 のとき出力はいくらか。

(2)　出力が 1 となるような自然数の入力はどのような数か。

(3)　範囲 $2 \leqq N \leqq 50$ の自然数 N を入力するとき，出力が 1 より大きな奇数となる N をすべて求めよ。

4D

解答解説のページへ

辺の長さ 1 の正四面体 OABC において，$\vec{a}=\overrightarrow{\mathrm{OA}}$，$\vec{b}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}$，$\vec{c}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}$ とおき，線分 OA を $m:n$ に内分する点を P，線分 BC を $m:n$ に内分する点を Q，線分 CO を $m:n$ に内分する点を R，線分 AB を $m:n$ に内分する点を S とする。（ただし，$m, n>0$ とする）

(1) ① $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$，$\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

② $\vec{a}$ と $\vec{b}$ の内積を求めよ。

③ $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{RS}}$ が垂直かどうか調べよ。

(2) ① $m=n$ のとき，点 P, Q, R, S は同一平面上にあることを示せ。

② このとき PQ, RS の交点を G として，$\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$，$\vec{c}$ で表せ。

③ G は正四面体 OABC に外接する球の中心であることを示し，その球の半径を求めよ。

$\boxed{4E}$　解答解説のページへ

k を正の実数とするとき，方程式

$$x^3-(2k+1)x^2+(4k^2+2k)x-4k^2=0$$

の 3 個の解を z_1，z_2，z_3 とし，それらを複素数平面上の点とみなす。

(1)　$x=1$ は上の方程式の解であるかどうかを調べよ。

(2)　3 点 z_1，z_2，z_3 が一直線上にあるような k の値を求めよ。

(3)　3 点 z_1，z_2，z_3 が直角三角形をなすような k の値を求めよ。

(4)　3 点 z_1，z_2，z_3 を原点のまわりに角 θ だけ回転して得られる 3 点を w_1，w_2，w_3 とする。w_1，w_2，w_3 およびそれらと共役な点 $\overline{w_1}$，$\overline{w_2}$，$\overline{w_3}$ とが，原点中心の正六角形の頂点となるとき, k および θ（$0°\leqq\theta\leqq180°$）の値を求めよ。

4F

解答解説のページへ

1 から n までの数字を書いた玉がそれぞれ 2 個ずつ，全部で $2n$ 個入っている袋がある。この袋から 2 個の玉を同時に取り出すことを考える。取り出した玉の数字の大きい方を X，小さい方を Y とする。ただし同じ数字のときはその数字を X および Y（すなわち $X=Y$）とする。

(1) 確率 $P(X \leqq k)$ および $P(Y \geqq k)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$ を求めよ。

(2) 確率 $P(X=k)$ および $P(Y=k)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots\cdots,\ n)$ を求めよ。

(3) $n=4$ のとき $X-Y$ の期待値 $E(X-Y)$ を求めよ。

(4) 一般の n について $X+Y$ の期待値 $E(X+Y)$ を求めよ。

$\boxed{1}$　　問題のページへ

(1)　$y=x^2-2px$ ……①より，$y'=2x-2p$

$x=t$ における接線は，$y=(2t-2p)(x-t)+(t^2-2pt)=2(t-p)x-t^2$

これより，求める直線 $l(t,\ b)$ は，$y=2(t-p)x-t^2+b$ ………②

(2)　①②の交点の x 座標は，$x^2-2px=2(t-p)x-t^2+b$

$$x^2-2tx+t^2-b=0\ \cdots\cdots\cdots③$$

③の解を $x=\alpha,\ \beta\ \ (\alpha<\beta)$ とすると，$0<\alpha<\beta$ より，

$D/4=t^2-(t^2-b)>0$ から，$b>0$ ………④

$\alpha+\beta=2t>0$ から，$t>0$ ………⑤

$\alpha\beta=t^2-b>0$ から，$b<t^2$ ………⑥

④⑤⑥をまとめて，$t>0$，$0<b<t^2$

(3)　$S=\int_\alpha^\beta\left\{2(t-p)x-t^2+b-(x^2-2pt)\right\}dx=-\int_\alpha^\beta(x-\alpha)(x-\beta)dx$ ………⑦

よって，$S=-\left(-\dfrac{1}{6}\right)(\beta-\alpha)^3=\dfrac{1}{6}\left\{(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta\right\}^{\frac{3}{2}}$

$$=\frac{1}{6}\left\{(2t)^2-4(t^2-b)\right\}^{\frac{3}{2}}=\frac{4}{3}b\sqrt{b}$$

(4)　⑦より，$x=\dfrac{\alpha+\beta}{2}$ によって, S は 2 等分されることがわかる。

すなわち，$u=\dfrac{\alpha+\beta}{2}=t$

［解 説］

微積分についての基本問題です。(4)は⑦の式の意味を考えると，瞬間的に答が求まります。

$\boxed{2}$ 問題のページへ

(1)　正三角形は，△AEI，△BFJ，△CGK，△DHL の 4 つより，正三角形を与える 3 点の選び方は 4 通りとなる。

(2)　正三角形でない二等辺三角形の総数は，頂点を 1 つ決めると底辺の決め方は 4 通りずつなので，$4\times 12 = 48$ 通りとなる。

(1)の正三角形と合わせて，$48+4=52$ 通り。

(3)　円の直径が直角三角形の斜辺となることに着目する。

まず，斜辺を 1 つ決めるともう 1 つの頂点の決め方は 10 通りずつとなる。また斜辺の決め方は 6 通りなので，直角三角形を与える 3 点の選び方は$10\times 6 = 60$通りとなる。

(4)　点 A を頂点にもつ三角形を考えても一般性は失われない。

(i)直角三角形の場合

AG が斜辺となるので，互いに合同でない三角形の他の頂点の選び方は B，C，D の 3 通りとなる。

(ii)　鈍角三角形の場合

対称性を考えると，最大辺となるのは AF, AE, AD, AC である。

互いに合同でない三角形の他の頂点の選び方は，最大辺が AF または AE のとき B, C の 2 通りずつ, AD または AC のとき B だけの 1 通りずつ，合わせて $2\times 2+1\times 2=6$通りとなる。

(iii)　鋭角三角形の場合

対称性を考えると，最大辺となるのは AF, AE である。

互いに合同でない三角形の他の頂点の選び方は，最大辺が AF のとき H，I の 2 通り, AE のとき I だけの 1 通り，合わせて$2+1=3$通りとなる。

(i)(ii)(iii)より，互いに合同でない三角形は，$3+6+3=12$ 個ある。

［解　説］

(1)から(3)までは有名問題です。昨年も会津大で $6n$ 等分の場合の類題が出ています。(4)は(3)と同じ考え方をし，最大辺に着目して解いてみました。

$\boxed{3A}$

問題のページへ

(1)　$x \geqq y \geqq 0$ から，$x(1+y)-y(1+x)=x-y \geqq 0$ なので，$x(1+y) \geqq y(1+x)$

よって，$\dfrac{x}{1+x} \geqq \dfrac{y}{1+y}$

(2)　まず，$|x|+|y|+|z| \geqq |x+y|+|z| \geqq |x+y+z|$ より, (1)を用いて,

$$\frac{|x|+|y|+|z|}{1+|x|+|y|+|z|} \geqq \frac{|x+y+z|}{1+|x+y+z|} \cdots\cdots\cdots ①$$

ここで，$\dfrac{|x|}{1+|x|} \geqq \dfrac{|x|}{1+|x|+|y|+|z|} \cdots\cdots\cdots ②$

$$\frac{|y|}{1+|y|} \geqq \frac{|y|}{1+|x|+|y|+|z|} \cdots\cdots\cdots ③$$

$$\frac{|z|}{1+|z|} \geqq \frac{|z|}{1+|x|+|y|+|z|} \cdots\cdots\cdots ④$$

②＋③＋④より，$\dfrac{|x|}{1+|x|}+\dfrac{|y|}{1+|y|}+\dfrac{|z|}{1+|z|} \geqq \dfrac{|x|+|y|+|z|}{1+|x|+|y|+|z|} \cdots\cdots\cdots ⑤$

①⑤より，$\dfrac{|x|}{1+|x|}+\dfrac{|y|}{1+|y|}+\dfrac{|z|}{1+|z|} \geqq \dfrac{|x+y+z|}{1+|x+y+z|}$

ここで，②の等号成立は，$|y|+|z|=0$ または $|x|=0$，すなわち $y=z=0$ または $x=0$ のときである。

また，③の等号成立は，$|x|+|z|=0$ または $|y|=0$，すなわち $x=z=0$ または $y=0$ のときである。

さらに，④の等号成立は，$|x|+|y|=0$ または $|z|=0$，すなわち $x=y=0$ または $z=0$ のときである。

以上をまとめると，x, y, z の少なくとも 2 つが 0 のときである。このとき，①の等号も成立する。

求める等号成立条件は, x, y, z の少なくとも 2 つが 0 である。

［解 説］

(2)は(1)の利用の方法がポイントとなりますが，三角不等式に気づかないと難しいでしょう。有名問題なので，経験がものを言います。

3B

問題のページへ

(1) 数学的帰納法により，証明する。

(i) $n=1$ のとき　　左辺 $=1^2$，右辺 $=\dfrac{1}{6}\cdot 1\cdot 2\cdot 3=1$ なので，成立。

(ii) $n=k$ のとき　　$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+k^2=\dfrac{1}{6}k(k+1)(2k+1)$ と仮定する。

両辺 $+(k+1)^2$ とすると，

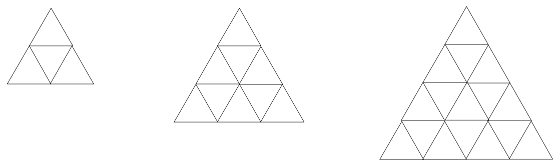
$$1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+k^2+(k+1)^2=\frac{1}{6}k(k+1)(2k+1)+(k+1)^2$$

上式の右辺 $=\dfrac{1}{6}(k+1)\{k(2k+1)+6(k+1)\}=\dfrac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

よって，$n=k+1$ のときも成立。

(i)(ii)より，すべての自然数 n で $1^2+2^2+3^2+\cdots\cdots+n^2=\dfrac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$

(2)　　$m=2$　　$m=3$　　$m=4$



k 段めの個数を a_k とすると，$a_k=1+2(k-1)=2k-1$

求めるタイルの個数を N_m とすると，$N_m=\displaystyle\sum_{k=1}^{m}a_k=\sum_{k=1}^{m}(2k-1)=m^2$

(3) 正三角柱の 1 つのブロックの体積を v_0 ととすると，$v_0=\dfrac{1}{2}\cdot 1\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cdot 1=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

求める台全体の体積を V とすると，

$$V=(N_1+N_3+N_5+\cdots\cdots+N_{2n-1})v_0=v_0\sum_{k=1}^{n}N_{2k-1}=\frac{\sqrt{3}}{4}\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^2$$

$$=\frac{\sqrt{3}}{4}\left\{4\cdot\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-4\cdot\frac{1}{2}n(n+1)+n\right\}=\frac{\sqrt{3}}{12}n(2n+1)(2n-1)$$

［解 説］

$\boxed{3}$ の選択問題のなかでは，本問が最も解きやすいものです。特に(2)の前半の設問には驚いてしまいます。

3C

問題のページへ

(1)　N＝12 のとき, M＝13

X＝N－K＊INT(N/K)は N を K で割った余りが X であることを示す。

S, K, X の値の変化は, 次の表のようになる。

S	0	1	4	4	4	4	4
K	1	3	5	7	9	11	11
X	0	0	2	5	3	1	12

よって, 出力は 4 である。

(2)　S は N の奇数の約数の和を表す。すると S＝1 より, N は奇数の約数が 1 のみの数となる。すなわち, N を素因数分解したときに 2 しか現れないので, N は 2^n（n は 0 以上の整数）と表せる。

(3)　条件は, 奇数の約数の和が奇数ということなので, 奇数の約数が奇数個の数をみつける。

N を素因数分解して, $N=2^{a_1}\cdot 3^{a_2}\cdot 5^{a_3}\cdot 7^{a_4}\cdot 11^{a_5}\cdots\cdots$ とすると, 奇数の約数は, $(a_2+1)(a_3+1)(a_4+1)(a_5+1)\cdots\cdots$個となる。

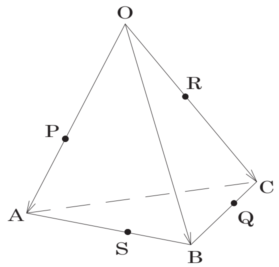
よって, a_2+1, a_3+1, a_4+1, $a_5+1,\cdots\cdots$ はすべて奇数となり, すなわち, a_2, a_3, a_4, $a_5,\cdots\cdots$ はすべて偶数となる。

N≦50 より, $n\geqq 5$ における $a_n=0$ となり, 求める N は, $2^0\cdot 3^2$, $2^0\cdot 5^2$, $2^0\cdot 7^2$, $2^1\cdot 3^2$, $2^1\cdot 5^2$, $2^2\cdot 3^2$, すなわち, 9, 18, 25, 36, 49, 50 である。

［解 説］

コンピュータのプログラムを題材にした問題のなかには, プログラムの解読は二次的で, 実質的には整数問題となっているものがよくあり, 本問もその 1 例です。なお, (3)は(2)がヒントとなっているもののかなり難しめです。

$\boxed{4D}$　　問題のページへ



(1) $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OQ}-\overrightarrow{OP}=\dfrac{n\vec{b}+m\vec{c}}{m+n}-\dfrac{m\vec{a}}{m+n}=\dfrac{-m\vec{a}+n\vec{b}+m\vec{c}}{m+n}$

$\overrightarrow{RS}=\overrightarrow{OS}-\overrightarrow{OR}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}}{m+n}-\dfrac{n\vec{c}}{m+n}=\dfrac{n\vec{a}+m\vec{b}-n\vec{c}}{m+n}$

ここで，$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot 1\cdot\cos 60^\circ=\dfrac{1}{2}$

また同様にして，$\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=\dfrac{1}{2}$

$|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=1$なので,

$$\overrightarrow{PQ}\cdot\overrightarrow{RS}=\frac{1}{(m+n)^2}(-m\vec{a}+n\vec{b}+m\vec{c})\cdot(n\vec{a}+m\vec{b}-n\vec{c})$$

$$=\frac{1}{(m+n)^2}\left(-mn-\frac{1}{2}m^2+\frac{1}{2}mn+\frac{1}{2}n^2+mn-\frac{1}{2}n^2+\frac{1}{2}mn+\frac{1}{2}m^2-mn\right)$$

$$=0$$

よって，$\overrightarrow{PQ}\perp\overrightarrow{RS}$

(2) $m=n$のとき，$\overrightarrow{PR}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{SQ}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$より，$\overrightarrow{PR}=\overrightarrow{SQ}$となる。これより, 4 点 P, Q, R, S は同一平面上にある。

このとき, 四角形 PSQR は平行四辺形なので, G は PQ の中点となる。

よって，$\overrightarrow{OG}=\dfrac{\overrightarrow{OP}+\overrightarrow{OQ}}{2}=\dfrac{\dfrac{\vec{a}}{2}+\dfrac{\vec{b}+\vec{c}}{2}}{2}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{4}$

また，$|\overrightarrow{OG}|=\dfrac{1}{4}|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\dfrac{1}{4}\sqrt{1+1+1+2\cdot\dfrac{1}{2}+2\cdot\dfrac{1}{2}+2\cdot\dfrac{1}{2}}=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

$$\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{OG}-\vec{a}=\frac{-3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}}{4}$$

$$|\overrightarrow{AG}|=\frac{1}{4}|-3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=\frac{1}{4}\sqrt{9+1+1-6\cdot\frac{1}{2}+2\cdot\frac{1}{2}-6\cdot\frac{1}{2}}=\frac{\sqrt{6}}{4}$$

同様にして，$\overrightarrow{BG}=\dfrac{\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}}{4}$，$\overrightarrow{CG}=\dfrac{\vec{a}+\vec{b}-3\vec{c}}{4}$なので，$|\overrightarrow{BG}|=|\overrightarrow{CG}|=\dfrac{\sqrt{6}}{4}$

以上より, G は正四面体 OABC に外接する球の中心であり, 球の半径は$\dfrac{\sqrt{6}}{4}$となる。

［解　説］

よくある構図の問題で, $\boxed{4}$の選択 3 題のなかでは最も基本的です。

4E

問題のページへ

(1)　$f(x)=x^3-(2k+1)x^2+(4k^2+2k)x-4k^2$とすると，

$f(1)=1-(2k+1)+(4k^2+2k)-4k^2=0$から，$x=1$は$f(x)=0$の解である。

(2)　(1)より，$f(x)=(x-1)(x^2-2kx+4k^2)$

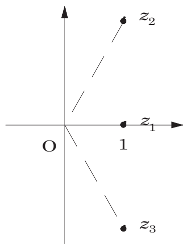
と因数分解できる。

$f(x)=0$の解は，$x=1$，$x=k\pm\sqrt{3}ki=k(1\pm\sqrt{3}i)$

よって，$z_1=1$，$z_2=k(1+\sqrt{3}i)$，

$z_3=k(1-\sqrt{3}i)=\overline{z_2}$とおくことができる。

3点z_1，z_2，z_3が一直線上にあるとき$k=1$となる。



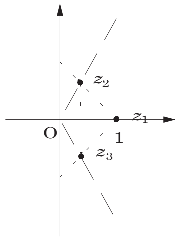
(3)　3点z_1，z_2，z_3が直角三角形をつくるとき，

$\angle z_2z_1z_3=90^\circ$から$z_1$と$z_2$を結ぶ線分と実軸

のなす角は45°となる。

すると，$k\tan 60^\circ=(1-k)\tan 45^\circ$

$\sqrt{3}k=1-k$から，$k=\dfrac{1}{1+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$



(4)　$|z_1|=|z_2|=|z_3|$から$1=2k$，$k=\dfrac{1}{2}$

原点とz_2，原点とz_3を結ぶ線分と実軸のなす角は

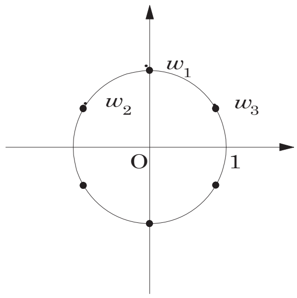
ともに60°なので，3点z_3，z_1，z_2を回転してできる

3点w_3，w_1，w_2は正六角形の隣り合う頂点となる。

回転角θが$0^\circ\leqq\theta\leqq180^\circ$から，条件をみたす

w_1，w_2，w_3の配置は右図のようになる。すなわち

点1が点iになる場合より，$\theta=90^\circ$となる。



［解 説］

問題文の冒頭に k が正と書かれているために，場合分けも必要なく，さらりと解ける問題になっています。

$\boxed{4\mathrm{F}}$

問題のページへ

(1) $P(X\leqq k)=\dfrac{{}_{2k}\mathrm{C}_2}{{}_{2n}\mathrm{C}_2}=\dfrac{2k(2k-1)}{2n(2n-1)}=\dfrac{k(2k-1)}{n(2n-1)}$

$P(Y\geqq k)=\dfrac{{}_{2(n-k+1)}\mathrm{C}_2}{{}_{2n}\mathrm{C}_2}=\dfrac{(2n-2k+2)(2n-2k+1)}{2n(2n-1)}=\dfrac{(n-k+1)(2n-2k+1)}{n(2n-1)}$

(2) $k\geqq 2$ で，$P(X=k)=P(X\leqq k)-P(X\leqq k-1)$

$$=\frac{k(2k-1)}{n(2n-1)}-\frac{(k-1)(2k-3)}{n(2n-1)}$$

$$=\frac{4k-3}{n(2n-1)}$$

$k=1$ のときは，$P(X\leqq 0)=0$ が形式的に成立するので，$P(X=1)=P(X\leqq 1)$ となり，このときも適する。

$k\leqq n-1$ で，$P(Y=k)=P(Y\geqq k)-P(Y\geqq k+1)$

$$=\frac{(n-k+1)(2n-2k+1)}{n(2n-1)}-\frac{(n-k)(2n-2k-1)}{n(2n-1)}$$

$$=\frac{4n-4k+1}{n(2n-1)}$$

$k=n$ のときは，$P(Y\geqq n+1)=0$ が形式的に成立するので，

$P(Y=n)=P(Y\geqq n)$ となり，このときも適する。

(3) 一般的に，

$$E(X-Y)=E(X)-E(Y)=\sum_{k=1}^{n}kP(X=k)-\sum_{k=1}^{n}kP(Y=k)$$

$$=\sum_{k=1}^{n}k\frac{4k-3}{n(2n-1)}-\sum_{k=1}^{n}k\frac{4n-4k+1}{n(2n-1)}$$

$$=\frac{4}{n(2n-1)}\sum_{k=1}^{n}\left\{2k^2-(n+1)k\right\}$$

$n=4$ を代入して，

$$E(X-Y)=\frac{1}{7}\sum_{k=1}^{4}(2k^2-5k)=\frac{1}{7}\left(2\cdot\frac{1}{6}\cdot 4\cdot 5\cdot 9-5\cdot\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 5\right)=\frac{10}{7}$$

(4) (3)と同様にして，

$$E(X+Y)=E(X)+E(Y)=\frac{4n-2}{n(2n-1)}\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n}{2}\cdot\frac{1}{2}n(n+1)=n+1$$

[解 説]

和の期待値が期待値の和に等しいことを用いる問題です。(3)の設問は，他の選択問題との量的バランスのためでしょうか。