$\boxed{16}$　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［京都大・理］

次の命題(p), (q)のそれぞれについて，正しいかどうか答えよ。正しければ証明し，正しくなければ反例を挙げて正しくないことを説明せよ。

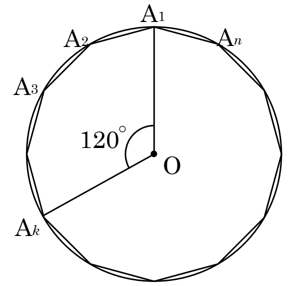
(p)　正 n 角形の頂点から 3 点を選んで内角の 1 つが $60°$ である三角形を作ることができるならば，n は 3 の倍数である。

(q)　$\triangle$ABC と $\triangle$ABD において，AC＜AD かつ BC＜BD ならば，$\angle$C＞$\angle$D である。

16　　　　［京都大・理］

(*p*)　正しい。

正 n 角形の外接円上に，頂点 A_1，A_2，…，A_k，…，A_n があるとする。



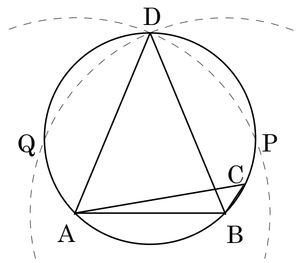
さて，中心を O とすると，条件より，$\angle A_1OA_k = 120°$ となる $k(2 \leqq k \leqq n-1)$ が存在する。

ここで，$\angle A_1OA_k = \dfrac{360°}{n} \times (k-1)$ より，

$$\frac{360°}{n} \times (k-1) = 120°,\ \ 360° \times (k-1) = 120° \times n$$

よって，$n = 3(k-1)$ となり，n は 3 の倍数である。

(*q*)　正しくない。



$DA = DB > AB$ である $\triangle ABD$ の外接円を O とする。

さて，点 A と中心とする半径 AD の円，点 B を中心とする半径 BD の円を描き，円 O との交点で D でないものをそれぞれ P, Q とする。

そして，弧 AQ または弧点 BP 上に点 C をとる。

すると，$AC < AD$ かつ $BC < BD$ であるが，$\angle C = \angle D$ である。すなわち，$\angle C > \angle D$ は成立しない。

［解 説］

どちらも図形がらみの証明問題です。(*q*)は，判断を間違いそうになりましたが。