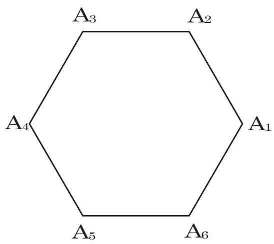
1　　　　［金沢大・文］

図のように頂点がA_1からA_6である 1 辺の長さが 2 の正六角形がある。さいころを投げて出た目 k と頂点A_kを対応させる。さいころを 3 回投げて出た目がすべて異なるときには，対応する頂点を結んで三角形ができ，それ以外の場合には線分か点ができる。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　$\triangle A_1A_2A_3$，$\triangle A_1A_3A_4$，$\triangle A_1A_3A_5$の面積をそれぞれ求めよ。

(2)　さいころを 3 回投げたとき，三角形ができない確率を求めよ。

(3)　さいころを 3 回投げたとき，$\triangle A_1A_2A_3$と合同な三角形ができる確率を求めよ。

(4)　さいころを 3 回投げたときにできる図形の面積の期待値を求めよ。ただし，線分と点の面積は 0 とする。

2　　　　［東京大・文］

コンピュータの画面に，記号○と×のいずれかを表示させる操作をくり返し行う。このとき，各操作で，直前の記号と同じ記号を続けて表示する確率は，それまでの経過に関係なく，p であるとする。

最初に，コンピュータの画面に記号×が表示された。操作をくり返し行い，記号×が最初のものも含めて 3 個出るよりも前に，記号○が n 個出る確率を P_n とする。ただし，記号○が n 個出た段階で操作は終了する。

(1)　P_2 を p で表せ。

(2)　P_3 を p で表せ。

(3)　$n \geqq 4$ のとき，P_n を p と n で表せ。

3　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［千葉大］

1 から 10 までの整数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。この中からカードを 3 枚同時に取り出す。取り出された 3 枚のカードに書かれた 3 つの整数のうち，最大のものを除いた残りの 2 つの整数の和を X とする。

(1)　$X=3$ である確率を求めよ。

(2)　X の期待値を求めよ。

$\boxed{4}$ ［名古屋大・文］

正六面体の各面に 1 つずつ，サイコロのように，1 から 6 までの整数がもれなく書かれていて，向かい合う面の数の和は 7 である。このような正六面体が底面の数字が 1 であるように机の上におかれている。この状態から始めて，次の試行を繰り返し行う。「現在の底面と隣り合う 4 面のうちの 1 つを新しい底面にする」。ただし，これらの 4 面の数字が a_1，a_2，a_3，a_4 のとき，それぞれの面が新しい底面となる確率の比は $a_1 : a_2 : a_3 : a_4$ とする。この試行を n 回繰り返した後，底面の数字が m である確率を $p_n(m)$ $(n \geqq 1)$ で表す。$q_n = p_n(1) + p_n(6)$ $(n = 1, 2, 3, \cdots)$ とおく。

(1) q_1，q_2 を求めよ。

(2) q_n を q_{n-1} で表し，q_n を求めよ。

(3) $p_n(1)$ を求めよ。

5　［北海道大・文］

数 1, 2, 3 を重複を許して n 個並べてできる数列 a_1, a_2, $\cdots$, a_n を考える。

(1)　条件 $a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_n = j$ を満たす数列が $A_n(j)$ 通りあるとする。ただし，$j=1,\ 2,\ 3$ とする。

(i)　$A_n(1)$，$A_n(2)$ を求めよ。

(ii)　$n \geqq 2$ のとき，$A_n(3)$ を $A_{n-1}(1)$，$A_{n-1}(2)$，$A_{n-1}(3)$ で表し，$A_n(3)$ を求めよ。

(2)　$n \geqq 2$ のとき，条件 $a_1 \leqq a_2 \leqq \cdots \leqq a_{n-1}$ かつ $a_{n-1} > a_n$ を満たす数列は何通りあるか。

6　　［東京大］

表が出る確率が p，裏が出る確率が $1-p$ であるような硬貨がある。ただし，$0<p<1$ とする。この硬貨を投げて，次のルール(R)の下で，ブロック積みゲームを行う。

(R)
① ブロックの高さは，最初は 0 とする。
② 硬貨を投げて表が出れば高さ 1 のブロックを 1 つ積み上げ，裏が出ればブロックをすべて取り除いて高さ 0 に戻す。

n を正の整数, m を $0 \leqq m \leqq n$ を満たす整数とする。

(1) n 回硬貨を投げたとき，最後にブロックの高さが m となる確率を求めよ。

(2) (1)で，最後にブロックの高さが m 以下となる確率 q_m を求めよ。

(3) ルール(R)の下で，n 回硬貨投げを独立に 2 度行い，それぞれ最後のブロックの高さを考える。2 度のうち，高い方のブロックの高さが m である確率 r_m を求めよ。ただし，最後のブロックの高さが等しいときはその値を考えるものとする。

7　　［大阪大・文］

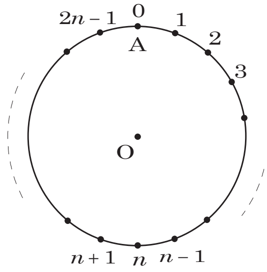
n を 2 以上の自然数とする。1 つのさいころを n 回投げ，第 1 回目から第 n 回目までに出た目の最大公約数を G とする。

(1)　$G=3$ となる確率を n の式で表せ。

(2)　G の期待値を n の式で表せ。

8　　[広島大・理]

n を 2 以上の整数とする。中心を O とする円の周を $2n$ 等分して，図のように 0 から $2n-1$ までの目盛りを付ける。目盛りが 0 の点を A とする。一方，袋の中に 1 から $2n-1$ までの整数を書いた玉がそれぞれ 1 個ずつ入っている。この袋から玉を 2 つ取り出して，玉に書かれた数と同じ目盛りをもつ 2 点をとる。2 点のうち目盛りの大きい方を B，目盛りの小さい方を C として，△ABC を考える。次の問いに答えよ。



(1)　辺 BC 上に点 O がある場合は何通りあるか。

(2)　△ABC の辺上に点 O がある確率を求めよ。

(3)　△ABC の内部に点 O がある確率は $\dfrac{n-2}{2(2n-1)}$ であることを示せ。

(4)　△ABC の辺上に点 O があるとき $X=1$，△ABC の内部に点 O があるとき $X=2$，それ以外のとき $X=0$ とする。X の期待値を求めよ。

9　　[名古屋大・理]

袋の中に赤と黄と青の玉が 1 個ずつ入っている。「この袋から玉を 1 個取り出して戻し，出た玉と同じ色の玉を袋の中に 1 個追加する」という操作を N 回繰り返した後，赤の玉が袋の中に m 個ある確率を $p_N(m)$ とする。

(1)　連比 $p_3(1) : p_3(2) : p_3(3) : p_3(4)$ を求めよ。

(2)　一般の N に対し $p_N(m)$ $(1 \leqq m \leqq N+1)$ を求めよ。

10　　［東京大・文］

白黒 2 種類のカードがたくさんある。そのうち 4 枚を手もとにもっているとき，次の操作(A)を考える。

(A)　手もちの 4 枚の中から 1 枚を，等確率 $\dfrac{1}{4}$ で選び出し，それを違う色のカードにとりかえる。

最初にもっている 4 枚のカードは，白黒それぞれ 2 枚であったとする。以下の(1)，(2)に答えよ。

(1)　操作(A)を 4 回繰り返した後に初めて，4 枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

(2)　操作(A)を n 回繰り返した後に初めて，4 枚とも同じ色のカードになる確率を求めよ。

11　　［千葉大・理］

1から n までの番号が書かれた n 枚のカードがある。この n 枚のカードの中から1枚を取り出し，その番号を記録してからもとに戻す。この操作を3回繰り返す。記録した3個の番号が3つとも異なる場合には大きい方から2番目の値を X とする。2つが一致し，1つがこれと異なる場合には，2つの同じ値を X とし，3つとも同じならその値を X とする。

(1)　確率 $P(X \leqq k)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ を求めよ。

(2)　確率 $P(X=k)$ $(k=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$ を求めよ。

(3)　$P(X=k)$ が最大となる k の値はいくつか。

$\boxed{12}$ ［名古屋大・文］

袋 A の中に赤玉と白玉がそれぞれ 2 つ入っていることと，袋 B の中に赤玉 3 つと白玉 2 つが入っていることが分かっている。

(1) 袋 B から 2 つの玉を取り出すとき，取り出される赤玉の個数の期待値を求めよ。

(2) 袋 A から 1 つの玉を取り出し，そのあと袋 B から 2 つの玉を取り出す。その 3 つの玉のうち赤玉が 2 つである確率を求めよ。

(3) 袋 A から 1 つの玉を取り出したあとで，2 つの玉を袋 A から取り出すかあるいは 2 つの玉を袋 B から取り出すかのどちらかを選択できるとする。できるだけ多くの赤玉を取り出そうと選択したとき，最終的に取り出される赤玉の個数の期待値を求めよ。

13　　［東京工大］

いびつなサイコロがあり，1 から 6 までのそれぞれの目が出る確率が $\frac{1}{6}$ とは限らないとする。このサイコロを 2 回振ったとき同じ目が出る確率を P とし，1 回目に奇数，2 回目に偶数の目が出る確率を Q とする。

(1)　$P \geqq \frac{1}{6}$ であることを示せ。また，等号が成立するための必要十分条件を求めよ。

(2)　$\frac{1}{4} \geqq Q \geqq \frac{1}{2} - \frac{3}{2}P$ であることを示せ。

14　　［千葉大・理］

1 から 9 までの番号をつけた 9 枚のカードがある。このなかから無作為に 4 枚のカードを同時に取り出し，カードに書かれた 4 つの番号の積を X とおく。

(1)　X が 5 の倍数になる確率を求めよ。

(2)　X が 12 の倍数になる確率を求めよ。

(3)　X が平方数になる確率を求めよ。ただし，X は平方数であるとは，ある自然数 n を用いて $X=n^2$ と表されることである。

15　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［京都大・理］

n 枚のカードを積んだ山があり，各カードには上から順番に 1 から n まで番号がつけられている。ただし $n \geqq 2$ とする。このカードの山に対して次の試行を繰り返す。1 回の試行では，一番上のカードを取り，山の一番上にもどすか，あるいはいずれかのカードの下に入れるという操作を行う。これら n 通りの操作はすべて同じ確率であるとする。n 回の試行を終えたとき，最初一番下にあったカード(番号 n)が山の一番上にきている確率を求めよ。

16　　[名古屋大・文]

　さいころを投げると, 1 から 6 までの整数の目が等しい確率で出るとする。さいころを n 回 ($n=1, 2, 3, \cdots$) 投げるとき, 出る目の積の一の位が j ($j=0, 1, 2, \cdots, 9$) となる確率を $p_n(j)$ とする。

(1)　$p_2(0)$, $p_2(1)$, $p_2(2)$ を求めよ。

(2)　$p_{n+1}(1)$ を, $p_n(1)$ と $p_n(7)$ を用いて表せ。

(3)　$p_n(1)+p_n(3)+p_n(7)+p_n(9)$ を求めよ。

17　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　[九州大・理]

k は 2 以上の自然数とする。「1」と書かれたカードが 1 枚，「2」と書かれたカードが 2 枚，…，「k」と書かれたカードが k 枚ある。そのうちの偶数が書かれたカードの枚数を M，奇数が書かれたカードの枚数を N で表す。この $(M+N)$ 枚のカードをよくきって 1 枚を取り出し，そこに書かれた数を記録してもとに戻すという操作を n 回繰り返す。記録された n 個の数の和が偶数となる確率を p_n とする。次の問いに答えよ。

(1)　p_1 と p_2 を M, N で表せ。

(2)　p_{n+1} を p_n, M, N で表せ。

(3)　$\dfrac{M-N}{M+N}$ を k で表せ。

(4)　p_n を n と k で表せ。

18　　　　［神戸大・理］

大小 2 つのサイコロを同時に 1 回投げて，大きいサイコロの出た目の数 A，および小さいサイコロの出た目の数 B に応じて得点を競うゲームを考える。ただし，このゲームには 6 種類の得点 X_n $(1 \leqq n \leqq 6)$ があって，それぞれ，次の規則で定められているとする。

$$X_n = \begin{cases} A & (A \geqq n \text{のとき}) \\ B & (A < n \text{かつ} A \neq B \text{のとき}) \\ aA + b & (A < n \text{かつ} A = B \text{のとき}) \end{cases}$$

ここで，a，b は実数の定数である。また，得点 X_n の期待値を E_n とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　A，B のとり得る値に対する得点 X_3 および X_4 の値を，答案用紙の表にそれぞれ記入せよ。

(2)　$E_4 - E_3$ を求めよ。

(3)　$E_1 = E_2 = \cdots = E_6$ となるような a，b はあるか。あれば求めよ。なければ，そのことを示せ。

$\boxed{\mathbf{19}}$ ［東京工大］

1から n までの数字がもれなく一つずつ書かれた n 枚のカードの束から同時に 2 枚のカードを引く。このとき，引いたカードの数字のうち小さい方が 3 の倍数である確率を $p(n)$ とする。

(1)　$p(8)$ を求めよ。

(2)　正の整数 k に対し，$p(3k+2)$ を k で表せ。

20　　［一橋大］

n を 3 以上の自然数とする。サイコロを n 回投げ，出た目の数をそれぞれ順に X_1，X_2，$\cdots$，X_n とする。$i=2,\ 3,\ \cdots,\ n$ に対して $X_i=X_{i-1}$ となる事象を A_i とする。

(1)　A_2，A_3，$\cdots$，A_n のうち少なくとも 1 つが起こる確率 p_n を求めよ。

(2)　A_2，A_3，$\cdots$，A_n のうち少なくとも 2 つが起こる確率 q_n を求めよ。

21　　［広島大・理］

n は 2 以上の自然数とする。袋の中に 1 から n までの数字が 1 つずつ書かれた n 個の玉が入っている。この袋から無作為に玉を 1 個取り出し，それに書かれている数を自分の得点としたのち，取り出した玉を袋に戻す。この試行を A，B，C の 3 人が順に行い，3 人の中で最大の得点の人を勝者とする。たとえば，A，B，C の得点がそれぞれ 4, 2, 4 のときは A と C の 2 人が勝者であり，3 人とも同じ得点のときは A, B, C の 3 人とも勝者である。勝者が k 人 $(k=1,\ 2,\ 3)$ である確率を $P_n(k)$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1)　勝者が 3 人である確率 $P_n(3)$ を n を用いて表せ。

(2)　$n=3$ の場合に勝者が 2 人である確率 $P_3(2)$ を求めよ。

(3)　勝者が 1 人である確率 $P_n(1)$ を n を用いて表せ。

(4)　$P_n(1) \geqq 0.9$ となる最小の n を求めよ。

22　　［千葉大・文］

1 辺の長さが 2 の正六角形 $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$ を考える。さいころを 3 回投げ，出た目を順に i, j, k とするとき，$\triangle A_iA_jA_k$ の面積を 2 乗した値を得点とする試行を行う。ただし，i, j, k の中に互いに等しい数があるときは，得点は 0 であるとする。

(1)　得点が 0 となる確率を求めよ。

(2)　得点が 27 となる確率を求めよ。

(3)　得点の期待値を求めよ。

23　　［名古屋大・文］

はじめに, A が赤玉を 1 個, B が白玉を 1 個, C が青玉を 1 個持っている。表裏の出る確率がそれぞれ $\frac{1}{2}$ の硬貨を投げ, 表が出れば A と B の玉を交換し, 裏が出れば B と C の玉を交換する, という操作を考える。この操作を n 回 $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ くり返した後に A, B, C が赤玉を持っている確率をそれぞれ a_n, b_n, c_n とおく。

(1)　a_1, b_1, c_1, a_2, b_2, c_2 を求めよ。

(2)　a_{n+1}, b_{n+1}, c_{n+1} を a_n, b_n, c_n で表せ。

(3)　n が奇数ならば $a_n=b_n>c_n$ が成り立ち, n が偶数ならば $a_n>b_n=c_n$ が成り立つことを示せ。

(4)　b_n を求めよ。

24　　［岡山大・理］

n を 3 以上の整数とする。$3n$ 枚のカードに 1 から $3n$ までの数字が 1 つずつ書かれている。この中から 3 枚のカードを取り出す。ひとたび取り出したカードは戻さないものとする。

(1)　3 枚のカードの数字がすべて 3 の倍数である確率を求めよ。

(2)　3 枚のカードの数字の和が 3 の倍数である確率を求めよ。

(3)　3 枚のカードの数字の積が 3 の倍数である確率と 3 枚のカードの数字の和が 3 の倍数でない確率とはどちらが大きいかを調べよ。

25　　[名古屋大・文]

数字の 2 を書いた玉が 1 個，数字の 1 を書いた玉が 3 個，数字の 0 を書いた玉が 4 個あり，これら合計 8 個の玉が袋に入っている。以下の(1)から(3)のそれぞれにおいて，この状態の袋から 1 度に 1 個ずつ玉を取り出し，取り出した玉は袋に戻さないものとする。

(1)　玉を 2 度取り出すとき，取り出した玉に書かれた数字の合計が 2 である確率を求めよ。

(2)　玉を 4 度取り出すとき，取り出した玉に書かれた数字の合計が 4 以下である確率を求めよ。

(3)　玉を 8 度取り出すとき，次の条件が満たされる確率を求めよ。

条件：すべての $n=1,\ 2,\ \cdots,\ 8$ に対して，1 個目から n 個目までの玉に書かれた数字の合計は n 以下である。

26　［千葉大・理］

$k+1$ 個 $(k \geqq 1)$ の部屋 A_0，A_1，A_2，$\cdots$，A_k がある。千葉君はある部屋から，その部屋以外の部屋を等しい確率 $\frac{1}{k}$ で 1 つ選び，そこへ移動する。最初，部屋 A_0 にいた千葉君が，n 回 $(n \geqq 1)$ 部屋を移動した後に部屋 A_1 にいる確率を求めよ。

27　　［一橋大］

AとBの2人が, 1個のサイコロを次の手順により投げ合う。

1回めはAが投げる。

1, 2, 3の目が出たら, 次の回には同じ人が投げる。

4, 5の目が出たら, 次の回には別の人が投げる。

6の目が出たら, 投げた人を勝ちとし, それ以降は投げない。

(1)　n 回目にAがサイコロを投げる確率 a_n を求めよ。

(2)　ちょうど n 回目のサイコロ投げでAが勝つ確率 p_n を求めよ。

(3)　n 回以内のサイコロ投げでAが勝つ確率 q_n を求めよ。

$\boxed{28}$ ［九州大・理］

1から4までの数字が1つずつ書かれた4枚のカードがある。その4枚のカードを横一列に並べ，以下の操作を考える。

操作：1から4までの数字が1つずつ書かれた4個の球が入っている袋から同時に2個の球を取り出す。球に書かれた数字が i と j ならば，i のカードと j のカードを入れかえる。その後，2個の球は袋に戻す。

初めにカードを左から順に1，2，3，4と並べ，上の操作を n 回繰り返した後のカードについて，以下の問いに答えよ。

(1) $n=2$ のとき，カードが左から順に1, 2, 3, 4と並ぶ確率を求めよ。

(2) $n=2$ のとき，カードが左から順に4, 3, 2, 1と並ぶ確率を求めよ。

(3) $n=2$ のとき，左端のカードの数字が1になる確率を求めよ。

(4) $n=3$ のとき，左端のカードの数字の期待値を求めよ。

29　［千葉大・医］

さいころを n 回 $(n \geqq 2)$ 投げ，k 回目 $(1 \leqq k \leqq n)$ に出る目を X_k とする。

(1)　積 X_1X_2 が 18 以下である確率を求めよ。

(2)　積 $X_1X_2\cdots X_n$ が偶数である確率を求めよ。

(3)　積 $X_1X_2\cdots X_n$ が 4 の倍数である確率を求めよ。

(4)　積 $X_1X_2\cdots X_n$ を 3 で割ったときの余りが 1 である確率を求めよ。

30　［広島大・文］

N は 4 以上の整数とする。次の規則にしたがって 1 個のさいころを繰り返し投げる。

規則：出た目を毎回記録し，偶数の目が 3 回出るか，あるいは奇数の目が N 回出たところで，さいころを投げる操作を終了する。

ただし，さいころの目の出方は同様に確からしいとする。次の問いに答えよ。

(1)　さいころを投げる回数は，最大で何回か。

(2)　さいころを 3 回投げて操作を終了する確率を求めよ。

(3)　さいころを N 回投げて操作を終了する確率を求めよ。

(4)　最後に奇数の目が出て操作を終了する確率を求めよ。

(5)　$N=4$ のとき，さいころを投げる回数の期待値を求めよ。

31　　[名古屋大]

n を 2 以上の整数とする。1 から n までの整数が 1 つずつ書かれている n 枚のカードがある。ただし，異なるカードには異なる整数が書かれているものとする。この n 枚のカードから，1 枚のカードを無作為に取り出して，書かれた整数を調べてからもとに戻す。この試行を 3 回繰り返し，取り出したカードに書かれた整数の最小値を X，最大値を Y とする。次の問いに答えよ。ただし，j と k は正の整数で，$j+k \leqq n$ を満たすとする。また，s は $n-1$ 以下の正の整数とする。

(1)　$X \geqq j$ かつ $Y \leqq j+k$ となる確率を求めよ。

(2)　$X=j$ かつ $Y=j+k$ となる確率を求めよ。

(3)　$Y-X=s$ となる確率を $P(s)$ とする。$P(s)$ を求めよ。

(4)　n が偶数のとき，$P(s)$ を最大にする s を求めよ。

32　　［東北大］

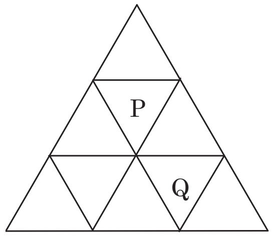
袋 A, 袋 B のそれぞれに, 1 から N の自然数がひとつずつ書かれた N 枚のカードが入っている。これらのカードをよくかきまぜて取り出していく。以下の問いに答えよ。

(1)　$N=4$ とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, 数字が同じかどうかを確認する操作を繰り返す。ただし, 取り出したカードは元には戻さないものとする。4 回のカードの取り出し操作が終わった後, 数字が一致していた回数を X とする。$X=1$, $X=2$, $X=3$, $X=4$ となる確率をそれぞれ求めよ。また, X の期待値を求めよ。

(2)　$N=3$ とし, n は自然数とする。袋 A, B のそれぞれから同時に 1 枚ずつカードを取り出し, カードの数字が一致していたら, そのカードを取り除き, 一致していなかったら, 元の袋に戻すという操作を繰り返す。カードが初めて取り除かれるのが n 回目で起こる確率を p_n とし, n 回目の操作ですべてのカードが取り除かれる確率を q_n とする。p_n と q_n を求めよ。

33　［東京大］

図のように，正三角形を 9 つの部屋に辺で区切り，部屋 P，Q を定める。1 つの球が部屋 P を出発し，1 秒ごとに，そのままその部屋にとどまることなく，辺を共有する隣の部屋に等確率で移動する。球が n 秒後に部屋 Q にある確率を求めよ。



34　［京都大・理］

さいころを n 回投げて出た目を順に X_1, X_2, $\cdots$, X_n とする。さらに

$$Y_1 = X_1,\ Y_k = X_k + \frac{1}{Y_{k-1}} \quad (k = 2,\ \cdots,\ n)$$

によって Y_1, Y_2, $\cdots$, Y_n を定める。$\dfrac{1+\sqrt{3}}{2} \leqq Y_n \leqq 1+\sqrt{3}$ となる確率 p_n を求めよ。

35　［東北大・理］

A, B の 2 人が，サイコロを 1 回ずつ交互に投げるゲームを行う。自分の出したサイコロの目を合計して先に 6 以上になった方を勝ちとし，その時点でゲームを終了する。A から投げ始めるものとし，以下の問いに答えよ。

(1)　A がちょうど 2 回投げて A が勝ちとなる確率を求めよ。

(2)　B がちょうど 2 回投げて B が勝ちとなる確率を求めよ。

(3)　B がちょうど 3 回投げて，その時点でゲームが終了していない確率を求めよ。

36　［九州大］

横一列に並んだ 6 枚の硬貨に対して，以下の操作 L と操作 R を考える。

L：さいころを投げて，出た目と同じ枚数だけ左端から順に硬貨の表と裏を反転する。

R：さいころを投げて，出た目と同じ枚数だけ右端から順に硬貨の表と裏を反転する。

たとえば，表表裏表裏表 と並んだ状態で操作 L を行うときに, 3 の目が出た場合は, 裏裏表表裏表 となる。

以下,「最初の状態」とは硬貨が 6 枚とも表であることとする。

(1)　最初の状態から操作 L を 2 回続けて行うとき，表が 1 枚となる確率を求めよ。

(2)　最初の状態から L，R の順に操作を行うとき，表の枚数の期待値を求めよ。

(3)　最初の状態から L，R，L の順に操作を行うとき，すべての硬貨が表となる確率を求めよ。

37　　［岡山大・文］

1 個のさいころを n 回投げ，出た目の最大値を X_n とおく。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　X_n が k 以下である確率 p_k を求めよ。ただし，$k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ とする。

(2)　X_n が k である確率 q_k を求めよ。ただし，$k=1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$ とする。

(3)　X_n の期待値を $n=2$ の場合に求めよ。

(4)　X_n の期待値が 4.5 以上となる n の範囲を求めよ。

38　　［広島大・文］

座標平面上の点で，x 座標と y 座標がともに整数である点を格子点という。n を 3 以上の自然数とし，連立不等式

$$x \geqq 0,\ y \geqq 0,\ x+y \leqq n$$

の表す領域を D とする。格子点 $\mathrm{A}(a,\ b)$ に対して，領域 D 内の格子点 $\mathrm{B}(c,\ d)$ が $|a-c|+|b-d|=1$ を満たすとき，点 B を点 A の隣接点という。次の問いに答えよ。

(1)　点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ の隣接点をすべて求めよ。また，領域 D 内の格子点 P が直線 $x+y=n$ 上にあるとき，P の隣接点の個数を求めよ。

(2)　領域 D 内の格子点のうち隣接点の個数が 4 であるものの個数を求めよ。

(3)　領域 D から格子点を 1 つ選ぶとき，隣接点の個数の期待値が 3 以上となるような n の範囲を求めよ。ただし，格子点の選ばれ方は同様に確からしいものとする。

39　　［熊本大・医］

X, Y は $\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$ の空でない部分集合で，$X \cap Y$ は空集合とする。また，n を自然数とする。A 君，B 君が以下のルールで対戦する。

(i)　1 回目の対戦では，まず A 君がさいころを投げて，出た目が X に属するならば A 君の勝ちとする。出た目が X に属さなければ B 君がさいころを投げて，出た目が Y に属するならば B 君の勝ちとする。

(ii)　1 回目の対戦で勝負がつかなかった場合は，1 回目と同じ方法で 2 回目以降の対戦を行い，どちらかが勝つまで続ける。ただし，n 回対戦して勝負がつかなかった場合は引き分けにする。

以下の問いに答えよ。

(1)　さいころを投げたとき, X, Y に属する目が出る確率をそれぞれ p, q とする。A 君が勝つ確率を求めよ。

(2)　A 君が勝つ確率が，B 君が勝つ確率よりも大きくなるような集合の組 $(X,\ Y)$ は何通りあるか。

40　　　　［一橋大］

サイコロを n 回投げ，k 回目に出た目を a_k とする。また，s_n を $s_n = \sum_{k=1}^{n} 10^{n-k} a_k$ で定める。

(1)　s_n が 4 で割り切れる確率を求めよ。

(2)　s_n が 6 で割り切れる確率を求めよ。

(3)　s_n が 7 で割り切れる確率を求めよ。

41　　［岡山大・理］

n を 3 以上の整数とし，a，b，c は 1 以上 n 以下の整数とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　$a<b<c$ となる a, b, c の組は何通りあるか。

(2)　$a \leqq b \leqq c$ となる a, b, c の組は何通りあるか。

(3)　$a<b$ かつ $a \leqq c$ となる a, b, c の組は何通りあるか。

42　　［神戸大・理］

n を自然数とする。1 から $2n$ までの番号をつけた $2n$ 枚のカードを袋に入れ，よくかき混ぜて n 枚を取り出し，取り出した n 枚のカードの数字の合計を A，残された n 枚のカードの数字の合計を B とする。このとき，以下の問いに答えよ。

(1)　n が奇数のとき，A と B が等しくないことを示せ。

(2)　n が偶数のとき，A と B の差は偶数であることを示せ。

(3)　$n=4$ のとき，A と B が等しい確率を求めよ。

43　　　［東北大］

1, 2, 3, 4, 5 のそれぞれの数字が書かれた玉が 2 個ずつ，合計 10 個ある。

(1)　10 個の玉を袋に入れ，よくかき混ぜて 2 個の玉を取り出す。書かれている 2 つの数字の積が 10 となる確率を求めよ。

(2)　10 個の玉を袋に入れ，よくかき混ぜて 4 個の玉を取り出す。書かれている 4 つの数字の積が 100 となる確率を求めよ。

(3)　10 個の玉を袋に入れ，よくかき混ぜて 6 個の玉を順に取り出す。1 個目から 3 個目の玉に書かれている 3 つの数字の積と，4 個目から 6 個目の玉に書かれている 3 つの数字の積が等しい確率を求めよ。

44　　　　［大阪大・理］

さいころを繰り返し投げ，n 回目に出た目を X_n とする。n 回目までに出た目の積 $X_1X_2\cdots X_n$ を T_n で表す。T_n を 5 で割った余りが 1 である確率を p_n とし，余りが 2，3，4 のいずれかである確率を q_n とする。

(1)　p_n+q_n を求めよ。

(2)　p_{n+1} を p_n と n を用いて表せ。

(3)　$r_n=\left(\dfrac{6}{5}\right)^n p_n$ とおいて r_n を求めることにより，p_n を n の式で表せ。

$\boxed{45}$　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［一橋大］

数直線上の点 P を次の規則で移動させる。1 枚の硬貨を投げて，表が出れば P を $+1$ だけ移動させ，裏が出れば P を原点に関して対称な点に移動させる。P は初め原点にあるとし，硬貨を n 回投げた後の P の座標を a_n とする。

(1)　$a_3=0$ となる確率を求めよ。

(2)　$a_4=1$ となる確率を求めよ。

(3)　$n \geqq 3$ のとき，$a_n=n-3$ となる確率を n を用いて表せ。

46　　　　［名古屋大・文］

大小合わせて 2 個のサイコロがある。サイコロを投げると，1 から 6 までの整数の目が等しい確率で出るとする。

(1) 2 個のサイコロを同時に投げる。出た目の差の絶対値について，その期待値を求めよ。

(2) 2 個のサイコロを同時に投げ，出た目が異なるときはそこで終了する。出た目が同じときには小さいサイコロをもう一度だけ投げて終了する。終了時に出ている目の差の絶対値について，その期待値を求めよ。

47　［九州大］

A さんは 5 円硬貨を 3 枚，B さんは 5 円硬貨 1 枚と 10 円硬貨を 1 枚持っている。2 人は自分が持っている硬貨すべてを一度に投げる。それぞれが投げた硬貨のうち表が出た硬貨の合計金額が多い方を勝ちとする。勝者は相手の裏が出た硬貨をすべてもらう。なお，表が出た硬貨の合計金額が同じときは引き分けとし，硬貨のやりとりは行わない。このゲームについて，以下の問いに答えよ。

(1)　A さんが B さんに勝つ確率 p，および引き分けとなる確率 q をそれぞれ求めよ。

(2)　ゲーム終了後に A さんが持っている硬貨の合計金額の期待値 E を求めよ。