1　　［一橋大］

座標平面上の原点を O とする。点 $A(a,\ 0)$，点 $B(0,\ b)$ および点 C が，$OC=1$，$AB=BC=CA$ を満たしながら動く。

(1)　$s=a^2+b^2$，$t=ab$ とする。s と t の関係を表す等式を求めよ。

(2)　$\triangle ABC$ の面積のとりうる値の範囲を求めよ。

2　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　［名古屋大・文］

座標平面上の円 $C: x^2+(y-1)^2=1$ と，x 軸上の 2 点 $\mathrm{P}(-a,\ 0)$，$\mathrm{Q}(b,\ 0)$ を考える。ただし，$a>0$，$b>0$，$ab\neq 1$ とする。点 P，Q のそれぞれから C に x 軸とは異なる接線を引き，その 2 つの接線の交点を R とする。このとき，次の問いに答えよ。

(1)　直線 QR の方程式を求めよ。

(2)　R の座標を a, b で表せ。

(3)　R の y 座標が正であるとき，$\triangle$PQR の周の長さを T とする。T を a, b で表せ。

(4)　2 点 P, Q が，条件「$\mathrm{PQ}=4$ であり, R の y 座標は正である」を満たしながら動くとき，T を最小とする a の値とそのときの T の値を求めよ。

3　　［東京大・文］

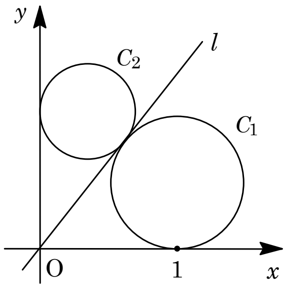
l を座標平面上の原点を通り傾きが正の直線とする。さらに, 以下の 3 条件(i), (ii), (iii)で定まる円 C_1, C_2 を考える。

(i)　円 C_1, C_2 は 2 つの不等式 $x\geqq 0$, $y\geqq 0$ で定まる領域に含まれる。

(ii)　円 C_1, C_2 は直線 l と同一点で接する。

(iii) 円 C_1 は x 軸と点$(1,\ 0)$で接し, 円 C_2 は y 軸と接する。

円 C_1 の半径を r_1, 円 C_2 の半径を r_2 とする。$8r_1+9r_2$ が最小となるような直線 l の方程式と, その最小値を求めよ。



$\boxed{4}$ ［東京大・文］

座標平面上の 2 点 $A(-1,\ 1)$，$B(1,\ -1)$ を考える。また，P を座標平面上の点とし，その x 座標の絶対値は 1 以下であるとする。次の条件(i)または(ii)を満たす点 P の範囲を図示し，その面積を求めよ。

(i)　頂点の x 座標の絶対値が 1 以上の 2 次関数のグラフで，点 A，P，B をすべて通るものがある。

(ii)　点 A, P, B は同一直線上にある。

5　　［千葉大・文］

座標平面上に 5 点 $\mathrm{A}(0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 1)$，$\mathrm{C}(1,\ 1)$，$\mathrm{D}(1,\ 0)$，$\mathrm{E}\left(0,\ \dfrac{2}{3}\right)$がある。点 E と点 $\mathrm{P_1}(s,\ 1)\ (0<s<1)$ を通る直線を l_1 とする。直線 $y=1$ に関して l_1 と対称な直線を l_2 とし，l_2 と直線 $x=1$ の交点を $\mathrm{P_2}$ とする。さらに，直線 $x=1$ に関して l_2 と対称な直線 l_3 は，x 軸と線分 AD 上で交わるとし，その交点を $\mathrm{P_3}$ とする。

(1)　直線 l_2 が点 D を通るときの s の値を求めよ。

(2)　線分 $\mathrm{DP_3}$ の長さを s を用いて表せ。

(3)　$\mathrm{EP_1}+\mathrm{P_1P_2}+\mathrm{P_2P_3}$ の最大値と最小値を求めよ。

6　　［東京大・文］

座標平面上の 3 点 $\mathrm{P}(x,\ y)$，$\mathrm{Q}(-x,\ -y)$，$\mathrm{R}(1,\ 0)$ が鋭角三角形をなすための $(x,\ y)$ についての条件を求めよ。また，その条件を満たす点 $\mathrm{P}(x,\ y)$ の範囲を図示せよ。

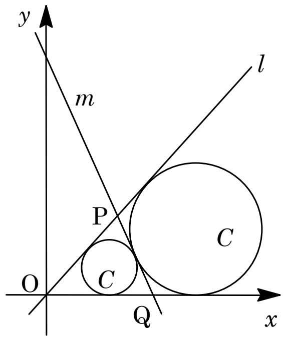
$\boxed{7}$ ［名古屋大・文］

曲線 $y=x^2$ 上に 2 点 $\mathrm{A}(-1,\ 1)$，$\mathrm{B}(b,\ b^2)$ をとる。ただし $b>-1$ とする。このとき，次の条件を満たす b の範囲を求めよ。

条件： $y=x^2$ 上の点 $\mathrm{T}(t,\ t^2)$ $(-1<t<b)$ で，$\angle\mathrm{ATB}$ が直角になるものが存在する。

8　　　　［筑波大・理］

xy 平面の直線 $y=(\tan 2\theta)x$ を l とする。ただし $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ とする。図で示すように，円 C_1，C_2 を以下の(i)～(iv)で定める。



(i)　円 C_1 は直線 l および x 軸の正の部分と接する。

(ii)　円 C_1 の中心は第 1 象限にあり，原点 O から中心までの距離 d_1 は $\sin 2\theta$ である。

(iii) 円 C_2 は直線 l，x 軸の正の部分，および円 C_1 と接する。

(iv) 円 C_2 の中心は第 1 象限にあり，原点 O から中心までの距離 d_2 は $d_1>d_2$ を満たす。

円 C_1 と円 C_2 の共通接線のうち，x 軸，直線 l と異なる直線を m とし，直線 m と直線 l，x 軸との交点をそれぞれ P, Q とする。

(1)　円 C_1，C_2 の半径を $\sin\theta$，$\cos\theta$ を用いて表せ。

(2)　θ が $0<\theta<\dfrac{\pi}{4}$ の範囲を動くとき，線分 PQ の長さの最大値を求めよ。

(3)　(2)の最大値を与える θ について直線 m の方程式を求めよ。

9　　［東京工大］

水平な平面αの上に半径r_1の球S_1と半径r_2の球S_2が乗っており，S_1とS_2は外接している。

(1)　S_1，S_2がαと接する点をそれぞれP_1，P_2とする。線分$\mathrm{P}_1\mathrm{P}_2$の長さを求めよ。

(2)　αの上に乗っており，S_1とS_2の両方に外接している球すべてを考える。それらの球とαの接点は，1つの円の上または1つの直線の上にあることを示せ。

10　　　　　　［千葉大・理］

t を 0 以上の実数とし，O を原点とする座標平面上の 2 点 $\mathrm{P}(p,\ p^2)$，$\mathrm{Q}(q,\ q^2)$ で 3 つの条件 $\mathrm{PQ}=2$，$p<q$，$p+q=\sqrt{t}$ を満たすものを考える。△OPQ の面積を S とする。ただし，点 P または点 Q が原点 O と一致する場合は $S=0$ とする。

(1) p と q をそれぞれ t を用いて表せ。

(2) S を t を用いて表せ。

(3) $S=1$ となるような t の個数を求めよ。

11 ［東北大・理］

$a,\ b$ を実数とする。$y=|x^2-4|$ で表される曲線を C とし，$y=ax+b$ で表される直線を l とする。

(1) l が点 $(-2,\ 0)$ を通り，l と C がちょうど 3 つの共有点をもつような $a,\ b$ の条件を求めよ。

(2) l と C がちょうど 3 つの共有点をもつような点 $(a,\ b)$ の軌跡を ab 平面上に図示せよ。

12　　［一橋大］

正の実数 $a,\ b,\ c$ は $a+b+c=1$ を満たす。連立不等式 $|ax+by|\leqq 1$, $|cx-by|\leqq 1$ の表す xy 平面の領域を D とする。D の面積の最小値を求めよ。

13 ［広島大・理］

次の問いに答えよ。

(1) 次の条件(A)を満たす座標平面上の点$(u,\ v)$の存在範囲を図示せよ。

(A) 2 次式t^2-ut+vは，$0\leqq x\leqq 1$，$0\leqq y\leqq 1$を満たす実数 $x,\ y$ を用いて$t^2-ut+v=(t-x)(t-y)$と因数分解される。

(2) 次の条件(B)を満たす座標平面上の点$(u,\ v)$の存在範囲を図示せよ。

(B) 2 次式t^2-ut+vは，$0\leqq x\leqq 1$，$1\leqq y\leqq 2$を満たす実数 $x,\ y$ を用いて$t^2-ut+v=(t-x)(t-y)$と因数分解される。

(3) 座標平面上の点$(x,\ y)$が 4 点$(0,\ 0)$，$(1,\ 0)$，$(1,\ 2)$，$(0,\ 2)$を頂点とする長方形の周および内部を動くとき，点$(x+y,\ xy)$の動く範囲の面積を求めよ。

14　　　　［東京大・文］

座標平面上に放物線 C を $y=x^2-3x+4$ で定め，領域 D を $y \geqq x^2-3x+4$ で定める。原点を通る2直線 l, m は C に接するものとする。

(1)　放物線 C 上を動く点Aと直線 l, m の距離をそれぞれ L, M とする。$\sqrt{L}+\sqrt{M}$ が最小値をとるときの点Aの座標を求めよ。

(2)　次の条件を満たす点 $\mathrm{P}(p,\ q)$ の動きうる範囲を求め，座標平面上に図示せよ。

　　条件：領域 D のすべての点 $(x,\ y)$ に対し不等式 $px+qy \leqq 0$ が成り立つ。

$\boxed{15}$ ［東北大・理］

xy 平面における 2 つの放物線 $C: y=(x-a)^2+b$，$D: y=-x^2$ を考える。

(1) C と D が異なる 2 点で交わり，その 2 交点の x 座標の差が 1 となるように実数 a, b が動くとき，C の頂点 $(a,\ b)$ の軌跡を図示せよ。

(2) 実数 a, b が(1)の条件を満たしながら動くとき, C と D の 2 交点を結ぶ直線が通過する範囲を求め，図示せよ。

$\boxed{16}$ ［信州大・医］

θ が $-\dfrac{\pi}{2} \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{2}$ の範囲を動くとき，座標平面上の直線 $y=(\sin\theta)x+\cos\theta$ 上の点 $(x,\ y)$ について，不等式 $-|x| \leqq y \leqq \sqrt{x^2+1}$ が成り立つことを示せ。

$\boxed{17}$ ［東京大・文］

放物線 $y=x^2$ のうち $-1\leqq x\leqq 1$ を満たす部分を C とする。座標平面上の原点 O と点 A$(1,\ 0)$ を考える。

(1) 点 P が C 上を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OQ}}=2\overrightarrow{\mathrm{OP}}$ を満たす点 Q の軌跡を求めよ。

(2) 点 P が C 上を動き，点 R が線分 OA 上を動くとき，$\overrightarrow{\mathrm{OS}}=2\overrightarrow{\mathrm{OP}}+\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を満たす点 S が動く領域を座標平面上に図示し，その面積を求めよ。