1

解答解説のページへ

平面ベクトル $\vec{a}$, $\vec{b}$ は, $|\vec{a}|^2=1$, $|\vec{b}|^2=|\vec{b}-\vec{a}|^2=\dfrac{1}{2}$ を満たすとする。

(1) k, l を整数とする。$|k\vec{a}+l\vec{b}|^2$ が整数であるための必要十分条件は l が偶数であることを示せ。

(2) $|k\vec{a}+l\vec{b}|^2=0$ となる整数の組 $(k,\ l)$ をすべて求めよ。

(3) 整数の組 $(k,\ l)$ を条件 $(k,\ l)\neq(0,\ 0)$ のもとで動かすとき, $|k\vec{a}+l\vec{b}|^2$ の最小値を与える $(k,\ l)$ をすべて求めよ。

2

解答解説のページへ

平面上の 3 つの曲線 C_1，C_2，C_3 を次で定める。

$$C_1 : x = \frac{15}{2}t^4,\ \ y = -3t^5 + 5t^3 \quad \left(0 \leqq t \leqq \sqrt{\frac{5}{3}}\right)$$

$$C_2 : x = \frac{125}{6}\cos^3\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right),\ \ y = \frac{125}{6}\sin^3\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)$$

$$\left(\sqrt{\frac{5}{3}} \leqq t \leqq \sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{1}{4}\right)$$

$$C_3 : x = 0,\ \ y = \frac{125(t-2)}{6\left(\frac{7}{4} - \sqrt{\frac{5}{3}}\right)} \quad \left(\sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{1}{4} \leqq t \leqq 2\right)$$

(1)　C_1 と x 軸で囲まれる図形の面積を求めよ。

(2)　原点 O を出発し，C_1，C_2，C_3 を順にたどって O に戻る行程の道のりを求めよ。

3

解答解説のページへ

n を自然数とする。$n+1$ 項の等差数列 x_0，x_1，$\cdots$，x_n と等比数列 y_0，y_1，$\cdots$，y_n が，$1=x_0<x_1<x_2<\cdots<x_n=2$，$1=y_0<y_1<y_2<\cdots<y_n=2$ を満たすとし，$P(n)$，$Q(n)$，$R(n)$，$S(n)$ を次で定める。

$$P(n)=\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n},\quad Q(n)=\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$$

$$R(n)=\frac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n},\quad S(n)=\sqrt[n]{y_1y_2\cdots y_n}$$

このとき極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}P(n)$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}Q(n)$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}R(n)$，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}S(n)$ をそれぞれ求めよ。

4　　解答解説のページへ

手作りのサイコロがあり，1 から 6 のそれぞれの目の出る確率を p_1，p_2，p_3，p_4，p_5，p_6 で表す。ここで

$$p_1+p_2+p_3+p_4+p_5+p_6=1,\quad p_1=p_6,\quad p_2=p_5,\quad p_3=p_4$$

が成り立つとする。このサイコロを 3 回振ったとき出た目の総和が n である確率を $Q(n)$ で表す。

(1)　$Q(5)$ を p_1，p_2 で表せ。

(2)　$p_3=\dfrac{1}{6}$ で p_1 と p_2 は不明であるとする。$Q(7)$ がとり得る最大の値は何か。また，そのときの p_1，p_2 を求めよ。

5

解答解説のページへ

zを絶対値が 1 の複素数とする。このとき以下の問いに答えよ。

(1)　z^3-zの実部が 0 となるようなzをすべて求めよ。

(2)　z^5+zの絶対値が 1 となるようなzをすべて求めよ。

(3)　nを自然数とする。z^n+1の絶対値が 1 となるようなzをすべてかけ合わせて得られる複素数を求めよ。

6

解答解説のページへ

2 次の正方行列 $A,\ B$ を次で定める。

$$A=\begin{pmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}\dfrac{1}{2} & \dfrac{\sqrt{3}}{2}\\ \dfrac{\sqrt{3}}{2} & -\dfrac{1}{2}\end{pmatrix}$$

(1)　積 $AA,\ BB,\ AB,\ BA$ を計算せよ。

(2)　集合 $\{A,\ B\}$ から重複を許していくつか取り出し，いろいろな順番に並べて積を計算する。このようにして得られる行列をすべて求めよ。

1

問題のページへ

(1)　$|\vec{a}|=1$，$|\vec{b}|=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$，$|\vec{b}-\vec{a}|^2=|\vec{b}|^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+|\vec{a}|^2=\dfrac{1}{2}$より，

$$\frac{1}{2}-2\vec{a}\cdot\vec{b}+1=\frac{1}{2},\quad \vec{a}\cdot\vec{b}=\frac{1}{2}$$

ここで，$|k\vec{a}+l\vec{b}|^2=k^2|\vec{a}|^2+2kl\vec{a}\cdot\vec{b}+l^2|\vec{b}|^2=k^2+kl+\dfrac{1}{2}l^2$

よって，$|k\vec{a}+l\vec{b}|^2$が整数である条件は，$\dfrac{1}{2}l^2$が整数すなわちlが偶数である。

(2)　$|k\vec{a}+l\vec{b}|^2=0$より，$k^2+kl+\dfrac{1}{2}l^2=0\cdots\cdots\cdots(*)$

(1)より，lは偶数なので，nを整数として，$l=2n$とおくと，$(*)$から，

$$k^2+2kn+2n^2=0,\quad (k+n)^2+n^2=0$$

よって，$k+n=n=0$すなわち$(k,\ n)=(0,\ 0)$より，$(k,\ l)=(0,\ 0)$

(3)　$F=|k\vec{a}+l\vec{b}|^2=k^2+kl+\dfrac{1}{2}l^2$とおくと，

(i)　lが偶数$(l=2n)$のとき

$F=(k+n)^2+n^2$となり，$(k,\ n)\neq(0,\ 0)$より，Fの最小値は1である。

(ii)　lが奇数$(l=2n+1)$のとき

$$F=k^2+k(2n+1)+\frac{1}{2}(2n+1)^2=\left(k+\frac{2n+1}{2}\right)^2+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

kは整数より，$k=-n-1$または$k=-n$のとき，Fは最小となり，

$$F=\left(\pm\frac{1}{2}\right)^2+\frac{(2n+1)^2}{4}$$

nは整数より，$n=0$または$n=-1$のとき，Fは最小値$\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{4}=\dfrac{1}{2}$をとる。

(i)(ii)より，Fの最小値は$\dfrac{1}{2}$である。このとき，$(k,\ l)=(k,\ 2n+1)$の組は，

$$(k,\ l)=(-1,\ 1),\ (0,\ 1),\ (0,\ -1),\ (1,\ -1)$$

［解 説］

(3)は，いわゆる1文字固定の考え方で，最小値を求めています。

2

問題のページへ

(1)　$C_1 : x = \dfrac{15}{2}t^4$，$y = -3t^5 + 5t^3$ より，

$$\frac{dx}{dt} = 30t^3$$

$$\frac{dy}{dt} = -15t^4 + 15t^2 = -15t^2(t+1)(t-1)$$

t	0	$\cdots$	1	$\cdots$	$\sqrt{\frac{5}{3}}$
$\frac{dx}{dt}$	0	$+$		$+$	
x	0	$\nearrow$	$\frac{15}{2}$	$\nearrow$	$\frac{125}{6}$
$\frac{dy}{dt}$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	0

C_1 と x 軸で囲まれる図形の面積 S は，

$$S = \int_0^{\frac{125}{6}} y\,dx = \int_0^{\sqrt{\frac{5}{3}}} (-3t^5 + 5t^3)\cdot 30t^3 dt$$

$$= 30\int_0^{\sqrt{\frac{5}{3}}} (-3t^8 + 5t^6)\,dt$$

$$= 30\left[-\frac{t^9}{3} + 5\cdot\frac{t^7}{7}\right]_0^{\sqrt{\frac{5}{3}}} = 30\left(\sqrt{\frac{5}{3}}\right)^7\left(-\frac{1}{3}\cdot\frac{5}{3} + \frac{5}{7}\right) = \frac{12500}{567}\sqrt{\frac{5}{3}}$$

(2)　まず，C_1 上における道のりを l_1 とすると，

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 = (30t^3)^2 + (-15t^4 + 15t^2)^2 = 15^2 t^4 (t^2+1)^2$$

$$l_1 = \int_0^{\sqrt{\frac{5}{3}}} \sqrt{15^2 t^4 (t^2+1)^2}\,dt = \int_0^{\sqrt{\frac{5}{3}}} 15t^2(t^2+1)\,dt = 15\left[\frac{t^5}{5} + \frac{t^3}{3}\right]_0^{\sqrt{\frac{5}{3}}}$$

$$= 15\left(\frac{9}{5}\sqrt{\frac{5}{3}} + \frac{9}{5}\sqrt{\frac{5}{3}}\right) = \frac{50}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}$$

次に，C_2 上における道のりを l_2 とすると，

$$\frac{dx}{dt} = \frac{125}{6}\cdot 3\cos^2\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\cdot\left\{2\pi\sin\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\right\}$$

$$= 125\pi\cos^2\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\cdot\sin\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)$$

$$\frac{dy}{dt} = \frac{125}{6}\cdot 3\sin^2\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\cdot\left\{-2\pi\cos\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\right\}$$

$$= -125\pi\sin^2\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\cdot\cos\left(2\pi\left(-t + \sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)$$

これより，$\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\dfrac{dy}{dt}\right)^2 = 125^2\pi^2\sin^2\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right)\right)\cdot\cos^2\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\dfrac{5}{3}}\right)\right)$

$$l_2 = \int_{\sqrt{\frac{5}{3}}}^{\sqrt{\frac{5}{3}}+\frac{1}{4}} \sqrt{125^2\pi^2\sin^2\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)\cdot\cos^2\left(2\pi\left(-t+\sqrt{\frac{5}{3}}\right)\right)}\,dt$$

ここで，$2\pi\left(-t + \sqrt{\dfrac{5}{3}}\right) = \theta$ とおくと，

$$l_2 = \int_0^{-\frac{\pi}{2}} 125\pi\sqrt{\sin^2\theta\cos^2\theta}\left(-\frac{1}{2\pi}\right)d\theta = \frac{125}{2}\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \sin\theta\cos\theta\,d\theta$$

$$= \frac{125}{4}\int_0^{-\frac{\pi}{2}} \sin 2\theta\,d\theta = -\frac{125}{8}\Big[\cos 2\theta\Big]_0^{-\frac{\pi}{2}} = \frac{125}{4}$$

さらに，C_3 は $x=0$ より y 軸を表し，$\sqrt{\frac{5}{3}}+\frac{1}{4}\leqq t\leqq 2$ のとき，y 軸上での線分の両端の座標は $\left(0,\ -\frac{125}{6}\right)$ と $(0,\ 0)$ である。その道のりを l_3 とすると，

$$l_3=0-\left(-\frac{125}{6}\right)=\frac{125}{6}$$

以上より，$l_1+l_2+l_3=\frac{50}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}+\frac{125}{4}+\frac{125}{6}=\frac{50}{3}\sqrt{\frac{5}{3}}+\frac{625}{12}$

［解 説］

丁寧に計算を進めるだけの問題ですが，見かけに圧倒され，後回しにしたくなります。

3

問題のページへ

等差数列 x_0，x_1，…，x_n の公差は $\dfrac{1}{n}$，等比数列 y_0，y_1，…，y_n の公比は $2^{\frac{1}{n}}$ より，

$$x_k = 1+\frac{k}{n},\ \ y_k = 2^{\frac{k}{n}}$$

すると，$P(n)=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}\left(1+\frac{k}{n}\right)$ より，

$$\lim_{n\to\infty}P(n)=\int_0^1(1+x)\,dx=\left[x+\frac{x^2}{2}\right]_0^1=\frac{3}{2}$$

$R(n)=\dfrac{y_1+y_2+\cdots+y_n}{n}=\dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{k=1}^{n}2^{\frac{k}{n}}$ より，

$$\lim_{n\to\infty}R(n)=\int_0^1 2^x\,dx=\left[\frac{2^x}{\log 2}\right]_0^1=\frac{1}{\log 2}$$

また，$Q(n)=\sqrt[n]{x_1x_2\cdots x_n}$ より，

$$\log Q(n)=\frac{1}{n}\log(x_1x_2\cdots x_n)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\log x_k=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\log\left(1+\frac{k}{n}\right)$$

$$\lim_{n\to\infty}\log Q(n)=\int_0^1\log(1+x)\,dx=\left[(1+x)\log(1+x)\right]_0^1-\int_0^1 dx$$

$$=2\log 2-1=\log\frac{4}{e}$$

ここで，$f(x)=\log x$ は $x>0$ において連続であることより，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}Q(n)=\frac{4}{e}$

同様にして，$S(n)=\sqrt[n]{y_1y_2\cdots y_n}$ より，

$$\log S(n)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\log y_k=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\log 2^{\frac{k}{n}}=\frac{\log 2}{n^2}\sum_{k=1}^{n}k=\frac{\log 2}{2n}(n+1)$$

よって，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\log S(n)=\frac{\log 2}{2}=\log\sqrt{2}$ より，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}S(n)=\sqrt{2}$

［解　説］

単純な構図の問題ですが，4 つの極限とも，きれいな数値として求まります。いろいろな解法がありますが，最初に考えたものを記しました。

4

問題のページへ

(1)　$p_1=p_6$，$p_2=p_5$，$p_3=p_4$ より，$2p_1+2p_2+2p_3=1$ となり，

$$p_3=\frac{1}{2}-p_1-p_2$$

サイコロを 3 回振ったとき総和が 5 となるのは，(1, 1, 3)，(1, 2, 2) の 2 つの場合がある。出る目の順序も考えて，

$$Q(5)=p_1{}^2p_3\times3+p_1p_2{}^2\times3=3p_1{}^2\left(\frac{1}{2}-p_1-p_2\right)+3p_1p_2{}^2$$

$$=\frac{3}{2}p_1{}^2-3p_1{}^3-3p_1{}^2p_2+3p_1p_2{}^2$$

(2)　$p_3=\frac{1}{6}$ のとき，$p_1+p_2=\frac{1}{2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{3}$ である。

サイコロを 3 回振ったとき総和が 7 となるのは，(1, 1, 5)，(1, 2, 4)，(1, 3, 3)，(2, 2, 3) の 4 つの場合があるので，

$$Q(7)=p_1{}^2p_2\times3+p_1p_2p_3\times3!+p_1p_3{}^2\times3+p_2{}^2p_3\times3$$

$$=3p_1{}^2\left(\frac{1}{3}-p_1\right)+p_1\left(\frac{1}{3}-p_1\right)+\frac{1}{12}p_1+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}-p_1\right)^2$$

$$=-3p_1{}^3+\frac{1}{2}p_1{}^2+\frac{1}{12}p_1+\frac{1}{18}$$

ここで，$0<x<\frac{1}{3}$ において，$f(x)=-3x^3+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{12}x+\frac{1}{18}$ とおくと，

$$f'(x)=-9x^2+x+\frac{1}{12}$$

$$=-\frac{1}{12}(18x+1)(6x-1)$$

x	0	$\cdots$	$\frac{1}{6}$	$\cdots$	$\frac{1}{3}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\frac{5}{72}$	$\searrow$	

右表より，$f(x)$ の最大値は $f\left(\frac{1}{6}\right)=\frac{5}{72}$ となる。

よって，$Q(7)$ がとり得る最大の値は $\frac{5}{72}$ であり，このとき $p_1=p_2=\frac{1}{6}$ となる。

[解　説]

基本題です。サイコロを 3 回しか振らないので，数えもれもないでしょう。

5

問題のページへ

(1) $|z|=1$ より，$z\bar{z}=1$，$\bar{z}=\dfrac{1}{z}$ ………①

さて，z^3-z の実部は，$\dfrac{1}{2}\left(z^3-z+\overline{z^3-z}\right)=\dfrac{1}{2}\left(z^3-z+\bar{z}^3-\bar{z}\right)$と表せる。

条件より，$z^3-z+\bar{z}^3-\bar{z}=0$ となり，①から $z^3-z+\dfrac{1}{z^3}-\dfrac{1}{z}=0$

$$z^6-z^4+1-z^2=0,\ (z^4-1)(z^2-1)=0,\ (z^2+1)(z^2-1)^2=0$$

よって，$z^2=\pm1$ より，$z=\pm1,\ \pm i$

(2) $|z^5+z|=1$ より，$|z||z^4+1|=1$ となり，$|z|=1$ から $|z^4+1|=1$ ………②

ここで，$z=\cos\theta+i\sin\theta\ (0\leqq\theta<2\pi)$ とおくと，②から，

$$(\cos4\theta+1)^2+\sin^24\theta=1,\ 2+2\cos4\theta=1,\ \cos4\theta=-\frac{1}{2}$$

よって，$4\theta=\dfrac{2}{3}\pi,\ \dfrac{4}{3}\pi,\ \dfrac{8}{3}\pi,\ \dfrac{10}{3}\pi,\ \dfrac{14}{3}\pi,\ \dfrac{16}{3}\pi,\ \dfrac{20}{3}\pi,\ \dfrac{22}{3}\pi$

$$\theta=\frac{1}{6}\pi,\ \frac{1}{3}\pi,\ \frac{2}{3}\pi,\ \frac{5}{6}\pi,\ \frac{7}{6}\pi,\ \frac{4}{3}\pi,\ \frac{5}{3}\pi,\ \frac{11}{6}\pi$$

これより，$z=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pm\dfrac{1}{2}i,\ \dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i,\ -\dfrac{1}{2}\pm\dfrac{\sqrt{3}}{2}i,\ -\dfrac{\sqrt{3}}{2}\pm\dfrac{1}{2}i$

(3) $|z^n+1|=1$ より, (2)と同様にして，$\cos n\theta=-\dfrac{1}{2}$

$$n\theta=\left(2k+1\pm\frac{1}{3}\right)\pi,\ \theta=\frac{1}{n}\left(2k+1\pm\frac{1}{3}\right)\pi\quad(k=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n-1)$$

これらの偏角の総和を S とすると，

$$S=\frac{\pi}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\left(2k+1+\frac{1}{3}\right)+\frac{\pi}{n}\sum_{k=0}^{n-1}\left(2k+1-\frac{1}{3}\right)=\frac{\pi}{n}\sum_{k=0}^{n-1}(4k+2)$$

$$=\frac{\pi}{n}\{2(n-1)n+2n\}=2n\pi$$

したがって，$|z^n+1|=1$ を満たす z をすべてかけ合わせて得られる複素数は，

$$\cos2n\pi+i\sin2n\pi=1$$

［解 説］

(1)は共役複素数の利用，(2)も同じ手法で解いていたのですが，途中で方針を変更しました。そのため, (1)から(2)および(3)への接続が悪くなっています。

6

問題のページへ

(1)　$AA=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$, $BB=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix}$

$$AB=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}$$

$$BA=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}$$

(2)　2 次の単位行列を E とすると, (1)より $A^2=B^2=E$ となる。

すると, 集合$\{A,\ B\}$から重複を許していくつか取り出し, いろいろな順番に並べて積を計算したとき, E, A, B, AB, BA 以外に得られる行列は, A と B が隣りあうものに限り, まず ABA, BAB が考えられる。

$$ABA=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}$$

$$BAB=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}-1&\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}=ABA$$

さらに, $ABAB$ を考えると,

$$ABAB=\frac{1}{4}\begin{pmatrix}1&-\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}=BA$$

以上より, 求める行列は, E, A, B, AB, BA, ABA となるので,

$$\begin{pmatrix}1&0\\0&1\end{pmatrix},\ \begin{pmatrix}-1&0\\0&1\end{pmatrix},\ \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix},\ \frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&-\sqrt{3}\\\sqrt{3}&-1\end{pmatrix},$$

$$\frac{1}{2}\begin{pmatrix}-1&\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix},\ \frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&-\sqrt{3}\\-\sqrt{3}&-1\end{pmatrix}$$

[解　説]

A も B も, どちらも原点を通る直線に関する対称移動を表す行列です。2 年後には, よく見かける問題となりそうです。