$\boxed{1}$

解答解説のページへ

(1)　辺の長さが 1 である正四面体 OABC において辺 AB の中点を D, 辺 OC の中点を E とする。2 つのベクトル $\overrightarrow{\mathrm{DE}}$ と $\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ との内積を求めよ。

(2)　1 から 6 までの目がそれぞれ $\dfrac{1}{6}$ の確率で出るさいころを同時に 3 個投げるとき, 目の積が 10 の倍数になる確率を求めよ。

$\boxed{2}$

解答解説のページへ

(1)　$\log_{10} 3 = 0.4771$ として，$\displaystyle\sum_{n=0}^{99} 3^n$ の桁数を求めよ。

(2)　実数 a に対して，a を超えない最大の整数を $[\,a\,]$ で表す。10000 以下の正の整数 n で $[\,\sqrt{n}\,]$ が n の約数となるものは何個あるか。

3

解答解説のページへ

3 次関数 $y=x^3-3x^2+2x$ のグラフを C, 直線 $y=ax$ を l とする。

(1) C と l が原点以外の共有点をもつような実数 a の範囲を求めよ。

(2) a が(1)で求めた範囲内にあるとき，C と l によって囲まれる部分の面積を $S(a)$ とする。$S(a)$ が最小となる a の値を求めよ。

4

解答解説のページへ

n を正の整数とする。数列 $\{a_k\}$ を

$$a_1=\frac{1}{n(n+1)},\quad a_{k+1}=-\frac{1}{k+n+1}+\frac{n}{k}\sum_{i=1}^{k}a_i\quad(k=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

によって定める。

(1) a_2 および a_3 を求めよ。

(2) 一般項 a_k を求めよ。

(3) $b_n=\sum_{k=1}^{n}\sqrt{a_k}$ とおくとき，$\lim_{n\to\infty}b_n=\log 2$ を示せ。

5

解答解説のページへ

行列 $A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で定まる 1 次変換を f とする。原点 $\mathrm{O}(0,\ 0)$ と異なる任意の 2 点 P, Q に対して $\dfrac{\mathrm{OP}'}{\mathrm{OP}}=\dfrac{\mathrm{OQ}'}{\mathrm{OQ}}$ が成り立つ。ただし，P′，Q′ はそれぞれ P, Q の f による像を表す。

(1)　$a^2+c^2=b^2+d^2$ を示せ。

(2)　1 次変換 f により，点 $(1,\ \sqrt{3})$ が点 $(-4,\ 0)$ に移るとき，A を求めよ。

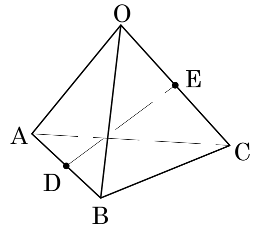
6

解答解説のページへ

xyz 空間に 4 点 $\mathrm{P}(0,\ 0,\ 2)$，$\mathrm{A}(0,\ 2,\ 0)$，$\mathrm{B}(\sqrt{3},\ -1,\ 0)$，$\mathrm{C}(-\sqrt{3},\ -1,\ 0)$ をとる。四面体 PABC の $x^2+y^2 \geqq 1$ を満たす部分の体積を求めよ。

1

問題のページへ



(1)　条件より，$|\overrightarrow{\mathrm{OA}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OB}}|=|\overrightarrow{\mathrm{OC}}|$ であり，

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\overrightarrow{\mathrm{OB}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\overrightarrow{\mathrm{OC}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{OA}}=1\cdot1\cdot\cos 60^\circ=\frac{1}{2}$$

$\overrightarrow{\mathrm{DE}}=-\frac{1}{2}(\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OB}})+\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\frac{1}{2}(-\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})$ から，

$$\overrightarrow{\mathrm{DE}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\frac{1}{2}(-\overrightarrow{\mathrm{OA}}-\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})\cdot(-\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\overrightarrow{\mathrm{OC}})$$

$$=\frac{1}{2}\left(1-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{2}-\frac{1}{2}+1\right)=\frac{1}{2}$$

(2)　まず，事象 X の確率を $P(X)$ で表す。

　さて，さいころを 3 個投げたとき，目の積が 2 の倍数となる事象を A, 5 の倍数となる事象を B とすると，目の積が 10 の倍数となる事象は $A\cap B$ であり，

$$P(\overline{A})=\left(\frac{3}{6}\right)^3=\frac{27}{216},\ P(\overline{B})=\left(\frac{5}{6}\right)^3=\frac{125}{216},\ P(\overline{A}\cap\overline{B})=\left(\frac{2}{6}\right)^3=\frac{8}{216}$$

　すると，加法定理を用いて，

$$P(A\cap B)=1-P(\overline{A\cap B})=1-P(\overline{A}\cup\overline{B})=1-P(\overline{A})-P(\overline{B})+P(\overline{A}\cap\overline{B})$$

$$=1-\frac{27}{216}-\frac{125}{216}+\frac{8}{216}=\frac{72}{216}=\frac{1}{3}$$

［解　説］

(1)はベクトルの基本題, (2)は確率の頻出題です。

2

問題のページへ

(1)　$S_{99}=\sum_{n=0}^{99}3^n$ とおくと，$S_{99}=\dfrac{3^{100}-1}{3-1}=\dfrac{1}{2}(3^{100}-1)$

さて，$2\cdot 3^{99}<3^{100}-1<3^{100}$ より，$3^{99}<S_{99}<\dfrac{3^{100}}{2}$ となり，

$$99\log_{10}3<\log_{10}S_{99}<100\log_{10}3-\log_{10}2$$

ここで，$\log_{10}3=0.4771$ から，$47.2329<\log_{10}S_{99}<47.71-\log_{10}2<47.71$

よって，S_{99} は 48 桁の整数である。

(2)　正の整数 n, k に対して，$k^2\leqq n<(k+1)^2$ のとき，$[\sqrt{n}]=k$ となる。

さて，$k^2\leqq n<(k+1)^2$ の区間にある k の倍数は，k^2，$k(k+1)$ 以外を調べると，

$$k(k+2)-(k+1)^2=-1<0,\ k(k+2)<(k+1)^2$$
$$k(k+3)-(k+1)^2=k-1\geqq 0,\ (k+1)^2\leqq k(k+3)$$

これより，k^2，$k(k+1)$，$k(k+2)$ の 3 個となる。

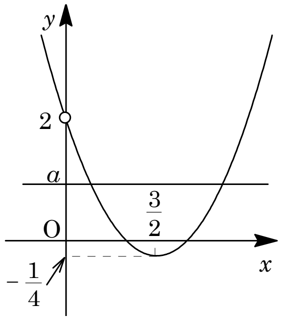
すると，10000 以下の整数 n で，$[\sqrt{n}]$ が n の約数となるのは，$10000=100^2$ に注目すると，$1^2\leqq n<2^2$，$2^2\leqq n<3^2$，…，$99^2\leqq n<100^2$ の各区間に 3 個ずつあり，これに 10000 も加えて，合わせて，$3\times 99+1=298$ 個存在する。

［解 説］

(1)は有名問題です。最高位の数を調べなければいけないかとも思いましたが，この問題では不要でした。(2)は読解力の問題です。最初は実験をして，考え方を整理しました。ただ，結論は意外なほどシンプルなものでした。

3

問題のページへ



(1)　$y=x^3-3x^2+2x$ ……①と $y=ax$ ……②を連立して，

$$x^3-3x^2+2x=ax\,,\ \ x(x^2-3x+2-a)=0$$

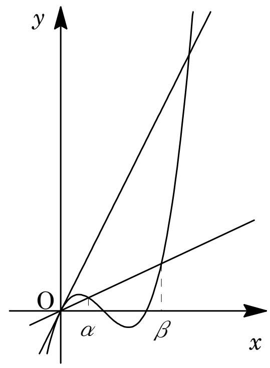
$x\neq 0$ のとき，$x^2-3x+2-a=0$ ………③

③が $x=0$ 以外の解をもつ条件は，$x^2-3x+2=a$ から，

$y=x^2-3x+2=\left(x-\dfrac{3}{2}\right)^2-\dfrac{1}{4}$ のグラフと直線 $y=a$ が，

$x\neq 0$ の共有点をもつ条件に等しい。

よって，右図より，$a\geqq -\dfrac{1}{4}$ である。



(2)　①より，$y'=3x^2-6x+2$ から，$x=0$ のとき $y'=2$ となり，曲線 C における原点での接線の方程式は，$y=2x$ である。(1)から，$a\geqq -\dfrac{1}{4}$ のとき，C と l によって囲まれる部分の面積 $S(a)$ は，

(i)　$a\geqq 2$ のとき　明らかに $S(a)\geqq S(2)$ である。

(ii)　$-\dfrac{1}{4}\leqq a<2$ のとき

C と l の交点を $x=0,\ \alpha,\ \beta\ (0<\alpha\leqq\beta)$ とおくと ③より，

$$\alpha+\beta=3\ \cdots\cdots\cdots④,\ \ \alpha\beta=2-a\ \cdots\cdots\cdots⑤$$

④より，$\beta=3-\alpha$ となり，⑤に代入すると，

$$2-a=3\alpha-\alpha^2,\ \ a=\alpha^2-3\alpha+2\ \cdots\cdots\cdots⑥$$

④⑥を用いると，

$$S(a)=\int_0^{\alpha}\left\{x^3-3x^2+(2-a)x\right\}dx+\int_{\alpha}^{\beta}-\left\{x^3-3x^2+(2-a)x\right\}dx$$

$$=\left[\frac{x^4}{4}-x^3+\frac{2-a}{2}x^2\right]_0^{\alpha}-\left[\frac{x^4}{4}-x^3+\frac{2-a}{2}x^2\right]_{\alpha}^{\beta}$$

$$=2\left(\frac{\alpha^4}{4}-\alpha^3+\frac{2-a}{2}\alpha^2\right)-\left(\frac{\beta^4}{4}-\beta^3+\frac{2-a}{2}\beta^2\right)$$

$$=\frac{\alpha^4}{2}-2\alpha^3+(3\alpha-\alpha^2)\alpha^2-\frac{(3-\alpha)^4}{4}+(3-\alpha)^3-\frac{3\alpha-\alpha^2}{2}(3-\alpha)^2$$

$$=-\frac{\alpha^4}{2}+\alpha^3-\frac{1}{4}(3-\alpha)^4+\frac{1}{2}(2-\alpha)(3-\alpha)^3$$

ここで，$S(a)=T(\alpha)$ とおくと，

$$T'(\alpha)=-2\alpha^3+3\alpha^2+(3-\alpha)^3-\frac{1}{2}(3-\alpha)^3-\frac{3}{2}(2-\alpha)(3-\alpha)^2$$

$$=-2\alpha^3+3\alpha^2+\frac{1}{2}(3-\alpha)^2\left\{3-\alpha-3(2-\alpha)\right\}$$

$$=\alpha^2(-2\alpha+3)+\frac{1}{2}(3-\alpha)^2(2\alpha-3)=-\frac{1}{2}(2\alpha-3)(\alpha^2+6\alpha-9)$$

さて，$T'(\alpha)=0$ の解は,

$$\alpha=\frac{3}{2},\ -3\pm3\sqrt{2}$$

また，$-\frac{1}{4}\leqq a<2$ のとき，(1)の図より，

α	0	$\cdots$	$-3+3\sqrt{2}$	$\cdots$	$\frac{3}{2}$
$T'(\alpha)$		$-$	0	$+$	0
$T(\alpha)$		$\searrow$		$\nearrow$	

$0<\alpha\leqq\frac{3}{2}$ となり，この範囲における $T(\alpha)$ の値の変化は上表のようになる。

これより，$\alpha=-3+3\sqrt{2}$ において，$T(\alpha)$ は最小となる。

(i)(ii)より，$S(2)=\lim_{\alpha\to0}T(\alpha)$ に注意すると，$S(a)$ が最小となる a の値は，⑥から，

$$a=(-3+3\sqrt{2})^2-3(-3+3\sqrt{2})+2=38-27\sqrt{2}$$

［解　説］

計算量はかなりのものです。$S(a)$ を 1 つの変数で表すならば，上の解のように α の関数とするのが，いちばん簡単でしょう。

4

問題のページへ

(1) 条件より，$a_1=\dfrac{1}{n(n+1)}$，$a_{k+1}=-\dfrac{1}{k+n+1}+\dfrac{n}{k}\displaystyle\sum_{i=1}^{k}a_i$ なので，

$$a_2=-\frac{1}{1+n+1}+\frac{n}{1}\cdot a_1=-\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+1}=\frac{1}{(n+1)(n+2)}$$

$$a_3=-\frac{1}{2+n+1}+\frac{n}{2}\cdot(a_1+a_2)=-\frac{1}{n+3}+\frac{n}{2}\left\{\frac{1}{n(n+1)}+\frac{1}{(n+1)(n+2)}\right\}$$

$$=-\frac{1}{n+3}+\frac{n}{2}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}\right)=-\frac{1}{n+3}+\frac{n}{2}\cdot\frac{2}{n(n+2)}$$

$$=-\frac{1}{n+3}+\frac{1}{n+2}=\frac{1}{(n+2)(n+3)}$$

(2) (1)より，$a_k=\dfrac{1}{(n+k-1)(n+k)}$ ……①と予測できるので，以下，数学的帰納法を用いて，①を証明する。

(i) $k=1$ のとき　①は明らかに成立している。

(ii) $k\leqq l$ のとき　①が成立していると仮定すると，

$$a_{l+1}=-\frac{1}{l+n+1}+\frac{n}{l}\sum_{i=1}^{l}a_i=-\frac{1}{l+n+1}+\frac{n}{l}(a_1+a_2+\cdots+a_l)$$

$$=-\frac{1}{l+n+1}+\frac{n}{l}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+1}-\frac{1}{n+2}+\cdots+\frac{1}{n+l-1}-\frac{1}{n+l}\right)$$

$$=-\frac{1}{l+n+1}+\frac{n}{l}\left(\frac{1}{n}-\frac{1}{n+l}\right)=-\frac{1}{n+l+1}+\frac{1}{n+l}=\frac{1}{(n+l)(n+l+1)}$$

(i)(ii)より，すべての自然数 k で，$a_k=\dfrac{1}{(n+k-1)(n+k)}$ である。

(3) (2)より，$\dfrac{1}{(n+k)^2}<a_k<\dfrac{1}{(n+k-1)^2}$ となり，$\dfrac{1}{n+k}<\sqrt{a_k}<\dfrac{1}{n+k-1}$ から，

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}<\sum_{k=1}^{n}\sqrt{a_k}<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k-1},\quad \sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}<b_n<\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k-1}\ \cdots\cdots\cdots②$$

すると，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{1+\frac{k}{n}}=\int_0^1\frac{1}{1+x}dx=\Big[\log(1+x)\Big]_0^1=\log 2$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{n+k-1}=\lim_{n\to\infty}\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{1+\frac{k-1}{n}}=\int_0^1\frac{1}{1+x}dx=\log 2$$

よって，②より，$\displaystyle\lim_{n\to\infty}b_n=\log 2$ である。

［解 説］

(2)は，いわゆる強化型の数学的帰納法です。(3)は，不等式で評価をして，区分求積法につなぐものです。どちらも，一癖ある典型題です。

5

問題のページへ

(1)　$A=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ で定まる 1 次変換 f による点 P, Q の像を，それぞれ P$'$，Q$'$ とするとき，P(1, 0)，Q(0, 1) の場合は，

$$A\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a \\ c \end{pmatrix},\ A\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} b \\ d \end{pmatrix}$$

よって，P$'(a,\ c)$，Q$'(b,\ d)$ となる。

ここで，条件より $\dfrac{\mathrm{OP}'}{\mathrm{OP}}=\dfrac{\mathrm{OQ}'}{\mathrm{OQ}}$ であり，$\mathrm{OP}=\mathrm{OQ}=1$ なので，$\mathrm{OP}'=\mathrm{OQ}'$ から，

$$a^2+c^2=b^2+d^2$$

(2)　点 $\mathrm{R}(1,\ \sqrt{3})$ の f による像が $\mathrm{R}'(-4,\ 0)$ なので，$\dfrac{\mathrm{OR}'}{\mathrm{OR}}=\dfrac{4}{2}=2$

すると，(1)から，$\mathrm{OP}'=\mathrm{OQ}'=2$ となり，$a^2+c^2=b^2+d^2=2^2=4$ ………①

ここで，$0\leqq\theta<2\pi$，$0\leqq\varphi<2\pi$ として，①から，

$$a=2\cos\theta,\ b=2\cos\varphi,\ c=2\sin\theta,\ d=2\sin\varphi$$

よって，$A=\begin{pmatrix} 2\cos\theta & 2\cos\varphi \\ 2\sin\theta & 2\sin\varphi \end{pmatrix}$ となり，$\begin{pmatrix} 2\cos\theta & 2\cos\varphi \\ 2\sin\theta & 2\sin\varphi \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 \\ 0 \end{pmatrix}$ から，

$$2\cos\theta+2\sqrt{3}\cos\varphi=-4\ \cdots\cdots\cdots②,\ 2\sin\theta+2\sqrt{3}\sin\varphi=0\ \cdots\cdots\cdots③$$

②より $\cos\theta=-\sqrt{3}\cos\varphi-2$，③より $\sin\theta=-\sqrt{3}\sin\varphi$ であるので，

$$(-\sqrt{3}\cos\varphi-2)^2+(-\sqrt{3}\sin\varphi)^2=1,\ 3+4\sqrt{3}\cos\varphi+4=1$$

よって，$\cos\varphi=-\dfrac{3}{2\sqrt{3}}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ となり，$\sin\varphi=\pm\sqrt{1-\cos^2\varphi}=\pm\dfrac{1}{2}$

また，②より，$\cos\theta=-\sqrt{3}\cdot\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)-2=-\dfrac{1}{2}$

(i)　$\sin\varphi=\dfrac{1}{2}$ のとき　③より，$\sin\theta=-\sqrt{3}\cdot\dfrac{1}{2}=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(ii)　$\sin\varphi=-\dfrac{1}{2}$ のとき　③より，$\sin\theta=-\sqrt{3}\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

(i)(ii)より，$A=\begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ -\sqrt{3} & 1 \end{pmatrix},\ \begin{pmatrix} -1 & -\sqrt{3} \\ \sqrt{3} & -1 \end{pmatrix}$

逆に，このとき原点以外の任意の点 P に対して，$\dfrac{\mathrm{OP}'}{\mathrm{OP}}=2$ となっている。

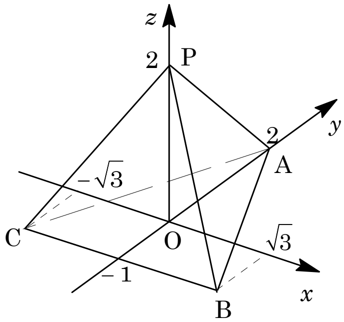
［解　説］

相似変換は，原点中心に回転して拡大，または原点を通る直線について折り返して拡大のいずれかであることが，(2)の結果からわかります。なお，必要条件から絞り込んでいく方法で解を記しています。

6

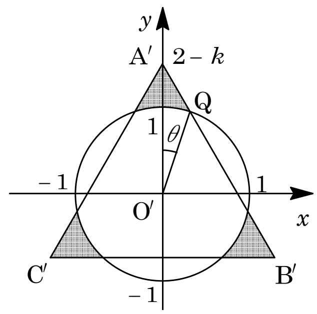
問題のページへ

まず，四面体 PABC を平面$z=k$ $(0\leqq k\leqq 2)$で切断したとき，切り口は△ABC と相似な正三角形となる。そして，辺 PA との交点は，PA を$2-k:k$に内分することより，その座標は$(0,\ 2-k,\ k)$である。



さて，不等式$x^2+y^2\geqq 1$で表される円柱側面の外部領域と，切り口の正三角形が共通部分をもつ条件は，$2-k\geqq 1$すなわち$0\leqq k\leqq 1$である。

そこで，$0\leqq k\leqq 1$において，平面$z=k$での切り口を図示すると右図のようになる。



$\angle \mathrm{A'O'Q}=\theta$，網点部の面積を$S(k)$とおき，対称性を考えると，

$$S(k)=6\left\{\frac{1}{2}\cdot 1\cdot(2-k)\sin\theta-\frac{1}{2}\cdot 1^2\cdot\theta\right\}$$
$$=3(2-k)\sin\theta-3\theta$$

さらに，$\triangle \mathrm{O'QA'}$に正弦定理を適用すると，

$$\frac{1}{\sin\frac{\pi}{6}}=\frac{2-k}{\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)},\quad 2-k=2\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\cdots\cdots\cdots(*)$$

よって，$S(k)=6\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\sin\theta-3\theta$

以上より，求める部分の体積をVとおくと，$V=\int_0^1 S(k)dk$である。

すると，$(*)$から，$dk=2\cos\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)d\theta$，$k=0\to 1$のとき$\theta=\frac{\pi}{3}\to 0$となり，

$$V=\int_{\frac{\pi}{3}}^{0}\left\{6\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\sin\theta-3\theta\right\}\cdot 2\cos\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)d\theta$$
$$=\int_{\frac{\pi}{3}}^{0}\left\{6\sin\left(\frac{5}{3}\pi-2\theta\right)\sin\theta-6\theta\cos\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\right\}d\theta$$
$$=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\left\{3\cos\left(\frac{5}{3}\pi-\theta\right)-3\cos\left(\frac{5}{3}\pi-3\theta\right)+6\theta\cos\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\right\}d\theta$$

ここで，$I_1=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\cos\left(\frac{5}{3}\pi-\theta\right)d\theta=-\left[\sin\left(\frac{5}{3}\pi-\theta\right)\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$

$$I_2=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\cos\left(\frac{5}{3}\pi-3\theta\right)d\theta=-\frac{1}{3}\left[\sin\left(\frac{5}{3}\pi-3\theta\right)\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=-\frac{1}{3}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=-\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$I_3=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\theta\cos\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)d\theta=-\left[\theta\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\right]_0^{\frac{\pi}{3}}+\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sin\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)d\theta$$
$$=-\frac{\pi}{3}+\left[\cos\left(\frac{5}{6}\pi-\theta\right)\right]_0^{\frac{\pi}{3}}=-\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{2}$$

したがって，$V = 3I_1 - 3I_2 + 6I_3 = -3\left(-\dfrac{\sqrt{3}}{3}\right) + 6\left(-\dfrac{\pi}{3} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4\sqrt{3} - 2\pi$

［解　説］

座標軸に垂直な平面での断面積をもとに計算を進める求積問題です。z 軸に垂直な平面で考えるか，y 軸に垂直な平面で考えるか，と迷います。計算量が少ないと予測した前者を選択しましたが，それでも相当な計算量が必要でした。なお，1998 年の東大で類題が出ていますが，そのときも z 軸に垂直な平面で四角錐を切断していました。